

Ce texte comprend deux formats A3 recto-verso et un format A4 recto-verso. Il est constitué de 6 pages de texte, un format A3 comprenant au recto le plan d'ensemble du tribomètre (document I) et au verso, les plans détaillés des zones 4, 5 et 10 (documents II et III).

### ***Présentation du sujet***

Les trains à grande vitesse (T.G.V.) sont dotés de dispositifs de freinage qui doivent être fiables et performants dans toutes les circonstances rencontrées lors de l'utilisation commerciale. Les performances doivent être continuellement améliorées. Afin de réaliser l'étude systématique des matériaux constituant les surfaces de freinage, il a été nécessaire de se doter d'un dispositif expérimental, capable de simuler le comportement en exploitation (performances, usure...). Bien que réalisé à échelle réduite, il doit permettre d'obtenir des résultats exploitables dans la réalité. Ce dispositif appelé tribomètre est l'objet de l'étude proposée. <sup>1</sup>

### ***Description du tribomètre***

Un moteur 1 (voir dessin d'ensemble Document I) entraîne une ligne d'arbre composée :

- d'un volant d'inertie 2 ,
- d'un dispositif de mesure du couple (accouplements élastiques et couplemètre à jauge de déformation constituant la zone 3 ),
- d'un guidage en rotation réalisé par quatre roulements 4a, 4b, 5a, 5b formant deux paliers (les zones 4 et 5 sont détaillées Document II),
- d'un plateau 7 monté sur l'arbre 6 supportant les disques 8 à tester (un dispositif de mesure de la température par thermocouple est intégré au plateau, les informations sont transmises par les collecteurs 9 ).

Le dispositif constituant la zone 10 (Document III) permet de mettre en contact un plot de freinage avec le disque en contrôlant et en mesurant l'effort ; l'orifice 11 permet l'aspiration des poussières et les canalisations 12 sont utilisées pour un éventuel refroidissement en cours d'essai. Le bâti 0 repose sur un socle en béton par l'intermédiaire des patins anti-vibrations 13 .

---

1. Les parties I, II, III, IV et V sont indépendantes.

Partie I - Étude du système et de sa procédure d'arrêt

**I.1)** Définir en une phrase et un schéma la fonction globale du système. Quelle est la matière d'oeuvre ?

**I.2)** Établir le diagramme  $F \cdot A \cdot S \cdot T$  présentant l'agencement des différentes fonctions réalisées par les pièces 1, 2, 6, 7, 8, 9 et les zones 3, 4, 5 et 10. Les fonctions principales du programme de commande sont les suivantes :

- choix des modes de fonctionnement (manuel ou automatique),
- choix des différentes procédures d'essai en mode automatique (calcul des différentes consignes pour les asservissements relatifs à la broche et au plot),
- paramétrage des conditions de sauvegarde de l'essai (enregistrement des températures, forces de freinage...). L'essai étant en cours, il existe plusieurs procédures pour l'arrêter.

**a)** Arrêt normal après achèvement de l'essai réalisé en mode automatique :

- Fermeture des fichiers ( $F = 0$ ).
- Recul du plot ( $P = 0$ ).
- Arrêt de la broche ( $B = 0$ ).
- Arrêt du ventilateur de refroidissement ( $V = 0$ ).
- Passage en mode manuel (Cycle manuel).

**b)** Arrêt volontaire pour finir de contrôler manuellement un essai réalisé en mode automatique :

- Fermeture des fichiers ( $F = 0$ ).
- Recul du plot ( $P = 0$ ).
- Arrêt de la broche ( $B = 0$ ).
- Arrêt du ventilateur de refroidissement ( $V = 0$ ).
- Passage en mode manuel (Cycle manuel).

**c)** Interruption provisoire de l'essai :

- Fin du cycle de mesure en cours (Fin cycle).
- Fermeture des fichiers et incrémentation du compteur de cycle :  $CYCL(F = 0, CYCL = CYCL + 1)$ .
- Recul du plot ( $P = 0$ ).
- Passage en mode manuel (Cycle manuel)

À la reprise de l'essai :

- Ouverture des fichiers ( $F = 1$ ).
- Avance du plot ( $P = 1$ ).

- Poursuite de l'essai.

**I.3)** Établir le GRAFCET d'un point de vue partie opérative de ces différents modes de fonctionnements. Une amorce de celui-ci est donnée figure 1. Les conditions suivantes d'établissement sont imposées :

- la structure de type "simultanée" est interdite (le parallélisme structural est donc déconseillé),
- l'écriture en majuscule ( $F = 0, P = 0, \dots$ ) est réservée aux actions liées aux étapes,
- les transitions seront clairement précisées et écrites en minuscule (plot reculé, ventilateur arrêté, ...).

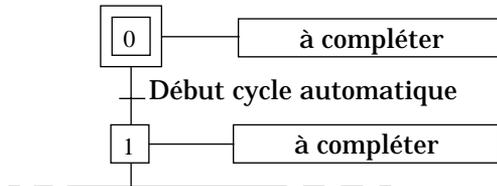


Figure 1 : amorce du GRAFCET

### *Partie II - Étude de la liaison arbre porte-plateau / bâti*

L'arbre porte-plateau 6 est guidé par rapport au bâti 0 par quatre roulements à billes à contact oblique  $4a$ ,  $4b$ ,  $5a$  et  $5b$ . Nous vous proposons d'étudier d'abord le comportement d'un roulement de ce type, puis celui d'une paire de roulements ( $4a+4b$  et  $5a+5b$ ) pour enfin justifier les choix technologiques qui ont conduit à ce montage (voir document II). Chaque roulement est constitué de  $n+3$  solides considérés indéformables (voir figure 2) :

- la bague intérieure  $S_1$ ,
- la bague extérieure  $S_2$ ,
- la cage  $S_3$ ,
- $n$  billes  $B_i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) de rayon  $r$ .

Les liaisons élémentaires sont :

- un contact ponctuel parfait en  $I_i$  de normale  $\vec{n}_i$  entre  $S_1$  et  $B_i$ ,
- un contact ponctuel parfait en  $J_i$  de normale  $\vec{n}_i$  entre  $S_2$  et  $B_i$ ,
- une rotule de centre  $C_i$  entre  $S_3$  et  $B_i$ .

Les billes roulent sans glisser sur les bagues du roulement.

On considérera que la bague intérieure est liée complètement à l'arbre porte plateau (montage serré). Suivant le montage, la bague extérieure est liée au bâti

par une liaison encastrement (montage serré), pivot (montage glissant avec arrêts axiaux) ou pivot-glissant (montage glissant sans arrêt axial). Dans les trois premières questions de cette partie II, nous ferons l'hypothèse que la bague extérieure est liée complètement au bâti.

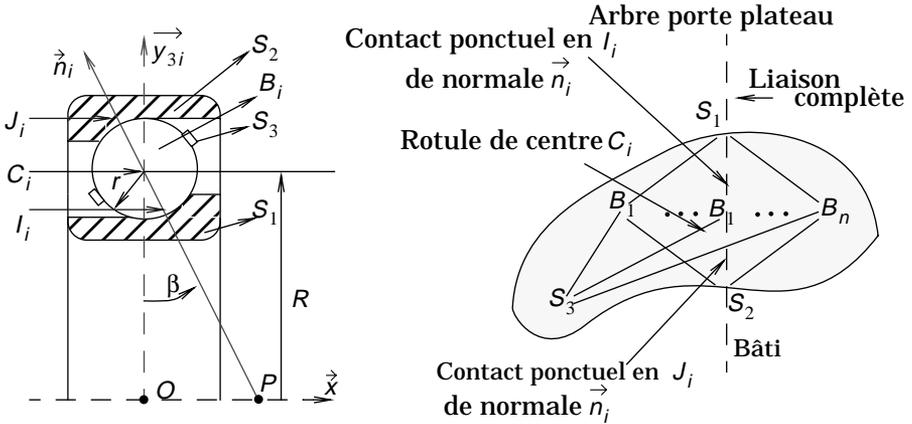


Figure 2 - modélisation des roulements à billes à contact oblique

Les repères associés aux différents solides sont (voir figure 2) :

$$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \text{ pour le bâti } 0 \text{ (et donc } S_2),$$

$$R_1(O, \vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1) \text{ pour l'arbre } 6 \text{ (et donc } S_1),$$

$$R_3(O, \vec{x}, \vec{y}_3, \vec{z}_3) \text{ pour la cage } S_3.$$

L'angle  $(\vec{y}, \vec{y}_1) = (z, z_1)$  sera noté  $\alpha$ . Il est tel que  $\dot{\alpha} = \omega_1$ , vitesse de rotation de l'arbre porte-plateau 6 par rapport au bâti 0. L'angle  $(\vec{y}, \vec{y}_3) = (z, z_3)$  sera noté  $\gamma$ . Les centres  $C_i$  des liaisons rotules sont équi-répartis sur un cercle de centre  $O$  et de rayon  $R$ . On peut donc définir  $n$  repères locaux supplémentaires  $R_{3i}(O, \vec{x}, \vec{y}_{3i}, \vec{z}_{3i})$  pour la cage  $S_3$ , obtenus à partir de  $R_3$  par rotation d'angle  $2\pi i/n$  autour de  $Ox$ . L'angle  $(\vec{y}, \vec{y}_{3i}) = (\vec{z}, \vec{z}_{3i})$ , sera ainsi  $\gamma + 2\pi i/n$ . Enfin, l'angle entre la normale aux contacts ponctuels de la bille  $i$  avec les bagues du roulement et  $y_{3i}$  vaut  $(y_{3i}, n_i) = (\vec{x}, \vec{t}_i) = \beta$ .

**II.1** Écrire les équations scalaires (en projection sur  $\vec{z}_{3i}$  et  $\vec{t}_i$ ) qui traduisent le non glissement de  $B_i$  sur  $S_1$  en  $l_i$  et de  $B_i$  sur  $S_2$  en  $J_i$  en posant  $\vec{\Omega}(B_i/0) = w_{ti}\vec{t}_i + w_{ni}\vec{n}_i + w_{zi}\vec{z}_{3i}$ . En déduire la vitesse de rotation  $\dot{\gamma}$  de la cage en fonction de  $\omega_1$  ainsi que la projection  $w_{ti}$  de la vitesse de rotation de la bille  $B_i$  par rapport au bâti 0.

**II.2)** En supposant que les contacts ponctuels entre les billes et les bagues sont parfaits, écrire le torseur des actions transmissibles par les contacts  $B_i - S_1$  et  $B_i - S_2$ , dans le repère  $(C_i, \vec{t}_i, \vec{n}_i, \vec{z}_{3i})$  puis dans le repère  $(P, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . En déduire à quelle liaison est équivalente la liaison réalisée par les  $n$  billes.

**II.3)** Quelle est la condition respectée par la position des points  $P$  de chaque paire de roulements ? Quelle est la liaison équivalente à une paire de roulement ? Quel est l'intérêt d'utiliser les roulements par paire ?

**II.4)** En réalité, les bagues extérieures des roulements sont montées glissantes dans le bâti. Donner les conditions de montage (arrêts axiaux) des quatre roulements (on pourra avantageusement s'aider d'un schéma des zones 4 et 5). Quelle est alors la liaison équivalente réalisée par chacune des paires de roulements ? Quelle est finalement la liaison équivalente réalisée par l'ensemble des quatre roulements ?

### Partie III - Étude de l'asservissement de force du plot

Le cahier des charges du tribomètre indique que la force à laquelle doit être soumis le plot est comprise entre 40N et 800N. Cette force doit pouvoir évoluer selon des lois reproduisant les principales conditions de freinage rencontrées lors de l'exploitation du T.G.V. Toutes ces contraintes ont amené à concevoir un dispositif d'asservissement en force (ou en pression) suivant la disposition suivante (diagramme des blocs) :

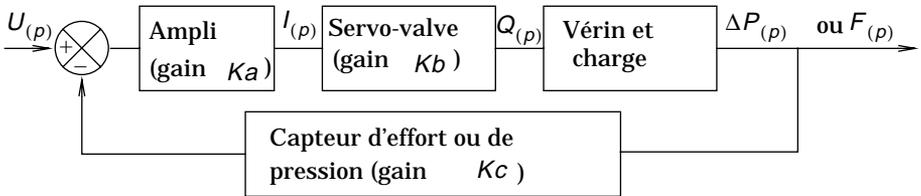
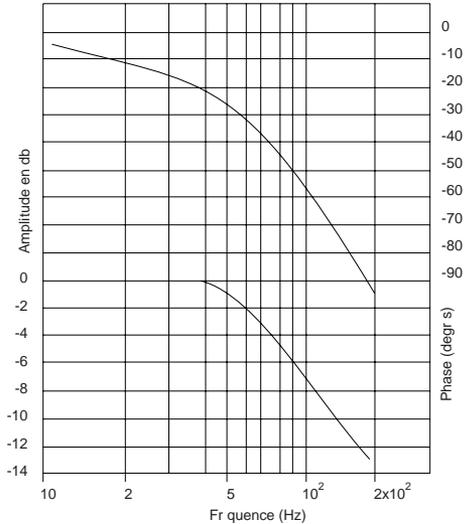
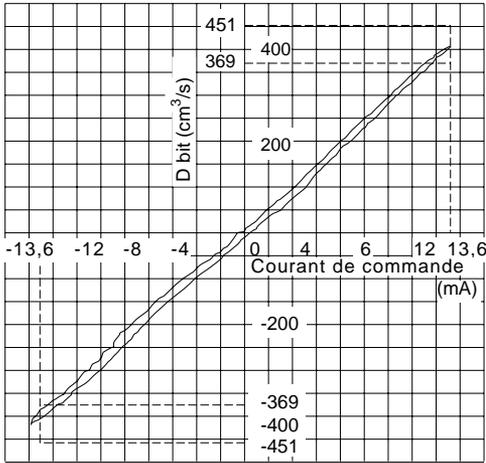


Figure 3 - Diagramme bloc du dispositif d'asservissement

### III.A - Étude de la servo-valve

Le constructeur de la servo-valve a fourni les courbes caractéristiques de la servo-valve à la pression d'utilisation (figures 4a et 4b).



**III.1)** On identifie la servo-valve à un modèle de système continu du premier ordre. Justifier ce choix en vous aidant des diagrammes fournis par le constructeur. En quoi ce choix est-il critiquable ?

**III.2)** Évaluer la constante de temps de la servo-valve et le gain statique de la servo-valve.

**III.3)** Tracer l'allure de la réponse temporelle de la servo-valve en faisant apparaître le temps d'établissement à 95% et la constante de temps pour un indice de 12, 8mA .

**III.B - Détermination de la fonction de transfert**

L'étude suivante se propose de définir la fonction de transfert du bloc " vérin et charge ". Les équations différentielles à prendre en compte sont les suivantes :

$$\text{Équation de débit } Q = S \frac{dx}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\Delta P}{dt}$$

$$\text{Équation des forces } S\Delta P = M \frac{d^2x}{dt^2} + f \frac{dx}{dt} + rx$$

avec :

Q =	débit
S =	surface de poussée du vérin

$V =$	volume du vérin et des tuyaux
$B =$	coefficient de compressibilité de l'huile
$\Delta P =$	différence de pression sur les deux faces du piston
$M =$	masse à mettre en mouvement
$f =$	coefficient de frottement visqueux
$r =$	raideur mécanique
$x =$	déplacement de la tige du vérin 121

**III.1)** Déterminer la fonction de transfert

$$H_1(p) = \frac{\Delta P(p)}{Q(p)} \text{ en fonction de } B, V, r, rh, M, f.$$

**nota :** la raideur hydraulique du vérin est  $rh = \frac{2BS^2}{V}$ .

**III.2)** Montrer qu'il existe un intégrateur pur dans la fonction de transfert. Tracer les diagrammes de BODE d'un intégrateur pur de fonction de transfert  $1/T_p$ .

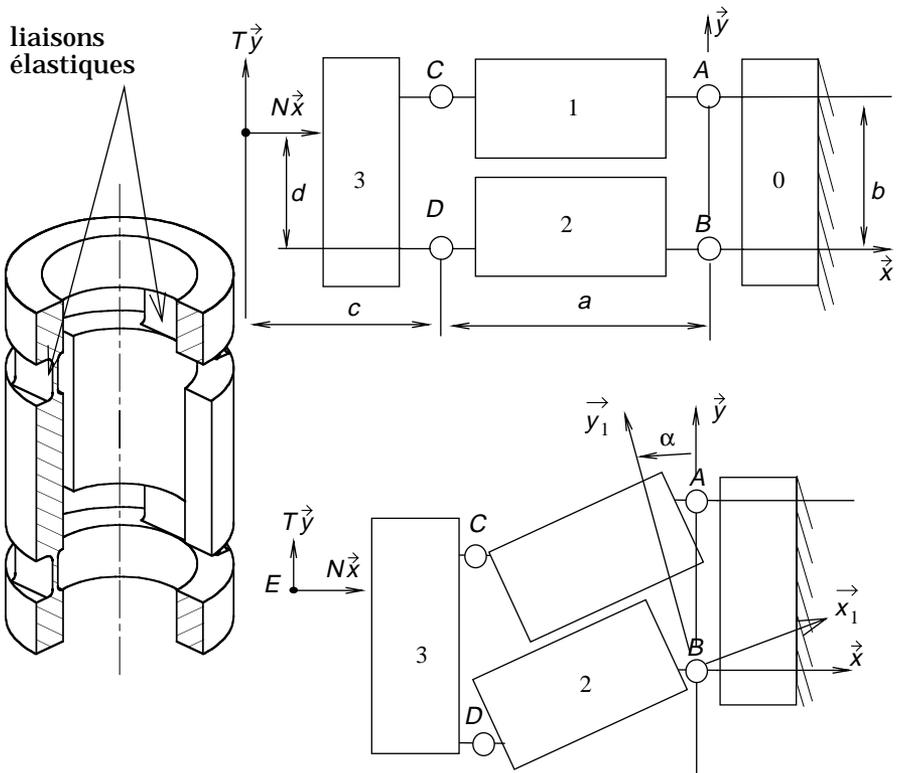
**III.3)** En déduire les conséquences d'un tel élément sur le gain et sur la phase.

**III.4)** En considérant la fonction de transfert  $H_1(p)$  de la question III.1, donner l'allure, dans BODE, du diagramme asymptotique de phase pour la bande de fréquences 0 à 200Hz. Quelles sont les plages d'utilisation du bloc "vérin+charge" ?

Données numériques :

$Q = 200\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$	$S = 133\text{mm}^2$
$V = 10\text{cm}^3$	$B = 10000 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
$\Delta P = 100 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	$M = 4\text{kg}$
$rh + r = 3,8 \cdot 10^6 \text{ N/m}$	$f = 2800 \text{ N/m} \cdot \text{s}^{-1}$

**III.5)** En déduire les fonctions de transfert  $\frac{\Delta P(p)}{U(p)}$  du système en boucle ouverte  $H_0(p)$  puis en boucle fermée  $H_f(p)$ .

Partie IV - Étude de la balance

Figures 5a et 5b - forme de la balance et modélisation associée

Bien que déformable, la balance 107 ne joue aucun rôle cinématique, les déplacements qu'elle entraîne restant très petits. Elle sert à mesurer l'effort normal  $N$  et l'effort tangentiel  $T$  appliqué par le disque 8 sur le plot 108 lors d'un freinage. Sur les documents I et III, seul l'encombrement de la balance est donné. La forme de la balance et le modèle d'étude proposé sont donnés figures 5a et 5b. Les notations  $(0,1,2,3;A,B,C,D,E;\vec{x},\vec{y};\alpha)$  ; sont spécifiques à la question IV.1. La balance est constituée de deux anneaux, l'un (0) relié au coulisseau 105 et l'autre (3) relié au plot de freinage 108, et de deux demi-tubes (1 et 2). Ces différentes parties sont reliées entre elles par des liaisons élastiques. La mesure de  $N$  et  $T$  est réalisée à l'aide de jauges de déformations, placées sur les flancs des liaisons élastiques, et qui permettent de mesurer de façon découplée la compression de la balance (mesure de  $N$ ) et sa composant de frottement (mesure de  $T$ ). Le tube en élastomère 113 permet de limiter le débattement angulaire de la

balance, la protégeant ainsi d'éventuelles surcharges. Le modèle retenu est le suivant :

- Toutes les sollicitations et tous les mouvements ont lieu dans le plan  $A\vec{x}_1\vec{y}_1$ .
- Les anneaux et demi-tubes sont supposés indéformables.
- $\vec{BA} = \vec{DC} = by$  ;  $\vec{CA} = \vec{DB} = ax_1$ .
- Chaque liaison élastique est équivalente à la superposition d'une liaison pivot parfaite et d'un ressort de torsion de raideur  $k$  constante produisant un couple de rappel de moment suivant  $\vec{z}$ . Les torseurs des actions transmissibles sont :

$$F(0 \rightarrow 1) = \begin{Bmatrix} X_A \vec{x}_1 + Y_A \vec{y}_1 \\ -k \alpha \vec{z} \end{Bmatrix}_A \quad F(0 \rightarrow 2) = \begin{Bmatrix} X_B \vec{x}_1 + Y_B \vec{y}_1 \\ -k \alpha \vec{z} \end{Bmatrix}_B$$

$$F(1 \rightarrow 3) = \begin{Bmatrix} X_C \vec{x}_1 + Y_C \vec{y}_1 \\ k \alpha \vec{z} \end{Bmatrix}_C \quad F(2 \rightarrow 3) = \begin{Bmatrix} X_D \vec{x}_1 + Y_D \vec{y}_1 \\ k \alpha \vec{z} \end{Bmatrix}_D$$

Les torseurs cinématique sont :

$$V(1/0) = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_A \quad V(2/0) = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_B \quad V(3/1) = \begin{Bmatrix} -\dot{\alpha} \vec{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_C \quad V(3/2) = \begin{Bmatrix} -\dot{\alpha} \vec{z} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_D$$

- La pesanteur est telle que  $\vec{g} = g\vec{z}$ . Elle ne perturbe donc pas les mesures.
- La sollicitation du disque sur le plot est définie par :

$$F(\text{disque} \rightarrow 3) = \begin{Bmatrix} N\vec{x} + T\vec{y} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}_E \quad \text{avec } \vec{DE} = -c\vec{x} + d\vec{y}.$$

- Les données d'inertie des différentes parties sont les suivantes :

**a)** masse :  $M_1$ , centre d'inertie :  $G_1$  tel que  $\vec{AG}_1 = -\frac{a}{2}\vec{x}_1 - \vec{y}_1$ , moment d'inertie par rapport à  $A\vec{z}$  :  $I_1$ .

**b)** masse :  $M_2 = M_1$ , centre d'inertie  $G_2$  tel que  $\vec{BG}_2 = -\frac{a}{2}\vec{x}_1 - \vec{y}_1$ , moment d'inertie par rapport à  $B\vec{z}$  :  $I_2 = I_1$ .

**c)** masse :  $M_3$ , centre d'inertie :  $G_3$  tel que  $\vec{CG}_3 = -h\vec{x} - \frac{b}{2}\vec{y}$ , moment d'inertie par rapport à  $G_3\vec{z}$  :  $I_3$ .

En statique, on souhaite déterminer  $T$  en mesurant l'inclinaison  $\alpha$  de la balance.

**IV.1)** En isolant successivement 1, 2 et 3 déterminer analytiquement l'expression de  $T$  en fonction de  $N$ ,  $\alpha$  et autres données du texte. (L'expression ne doit pas faire intervenir les inconnues d'inter-efforts des liaisons.)

A.N. : Le tube en élastomère 113 limitant l'inclinaison de la balance à  $\alpha = \alpha_{max} = 1^\circ$ , quel est l'effort tangentiel maximum que peut mesurer cette ba-

lance si  $a = 40\text{mm}$ ,  $b = 55\text{mm}$ ,  $k = 2200\text{Nm/rd}$  et le coefficient de frottement (disque/plots)  $f = 0,3$ .

Formuler les hypothèses nécessaires pour qu'il y ait proportionnalité entre  $T$  et  $\alpha$ . La mesure de  $T$  est-elle indépendante de la position du point  $E$ ? Justifier l'intérêt de cette éventuelle indépendance.

On souhaite déterminer la première fréquence propre de vibration de la balance (qui correspond au mouvement paramétré par  $\alpha$ ) pour vérifier qu'il n'y a pas de risque de résonance de la balance lors d'un essai de freinage.

**IV.2)** Écrire littéralement, après en avoir justifié le choix, les équations issues du PFD (Principe Fondamental de la Dynamique)

- de la résultante dynamique galiléenne en projection sur  $\vec{y}_1$  pour 3,
- du moment dynamique galiléen en projection sur l'axe  $A\vec{z}$  pour 1,
- du moment dynamique galiléen en projection sur l'axe  $B\vec{z}$  pour 2.

**IV.3)** La fréquence propre de vibration de la balance sera obtenue en étudiant les vibrations libres, c'est-à-dire en posant  $N = 0$  et  $T = 0$ . Écrire littéralement l'équation différentielle permettant de déterminer  $\alpha$ . Déterminer analytiquement la première fréquence propre.

A.N. : Déterminer la première fréquence propre de vibration pour :

$$M_1 = M_2 = 0,21\text{kg}, M_3 = 0,185\text{kg},$$

$$a = 40\text{mm}, b = 55\text{mm}, \ell = 9,5\text{mm}, h = 7,5\text{mm},$$

$$k = 2200\text{Nm/rd}, I_1 = I_2 = 8,9 \cdot 10^{-5}\text{kgm}^2 \text{ et } I_3 = 6,7 \cdot 10^{-5}\text{kgm}^2$$

**IV.4)** Il y a un risque de résonance si la vibration engendrée par la ligne d'arbre est proche de la fréquence propre de vibration de la balance. En calculant la fréquence de vibration de la ligne d'arbre à l'aide du relevé expérimental de la figure 6 (réponse du couplemètre au début d'un essai de freinage intense), vérifier s'il y a risque de résonance.

**IV.5)** Pour vérifier l'hypothèse "solicitation du disque sur le plot dans le plan  $A \vec{x} \vec{y}$ ", il est nécessaire de mesurer la composante  $R$  définie par

$$F(\text{disque} \rightarrow 3) = \begin{Bmatrix} N\vec{x} + T\vec{y} + R\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$$

et de vérifier qu'elle est nulle (ou négligeable face à  $N$  et  $T$ ). La balance retenue ne permet pas de mesurer cette composante. Proposer, en vous aidant éventuellement d'un schéma ou d'un dessin à main levée, une solution permettant de mesurer simultanément  $T$  et  $R$ .

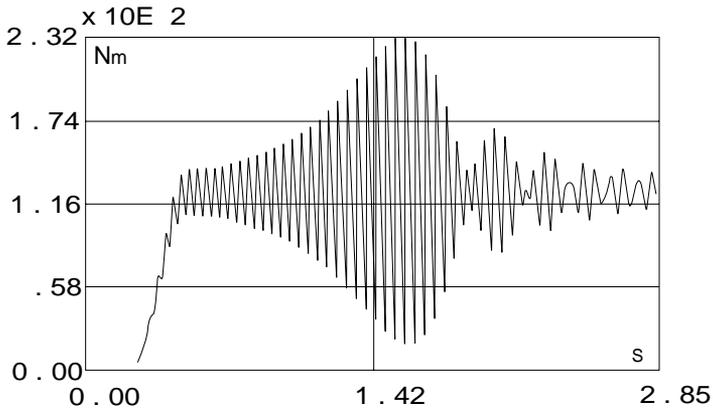


Figure 6

### Partie V - Étude de la platine mobile

La platine mobile est constituée de deux groupes principaux de pièces qui permettent de positionner radialement (suivant  $y$ ) le plot de freinage par rapport au disque (choix du rayon moyen de la zone de contact sur le disque) et de le déplacer axialement (suivant  $x$ ). Lors d'un essai, le bâti de la platine mobile 100 est fixe par rapport au bâti principal 0 de la machine. Après désaccouplement, il peut pivoter autour d'un axe vertical pour laisser l'accès au plot et au disque. Un plan simplifié de la zone 10 du plan d'ensemble est détaillée sur le document III.

- Le premier groupe de pièces (101 à 104) est relié au bâti de la platine mobile par une liaison glissière d'axe  $y$ , réalisée par les 4 vis 104 se déplaçant dans les trous oblongs de 100. Cette liaison n'est utilisée que lors du réglage de la position radiale du plot. Elle est commandée par la tige filetée 103. Dans toute la suite, on considérera qu'elle est bloquée (liaison encastrement).
- Le second (105 à 118) est relié au premier par une liaison glissière d'axe  $x$  permettant le déplacement axial du plot. La translation est commandée par deux vérins hydrauliques, simple effet, 121 montés en parallèle. Le guidage est assuré par deux colonnes à billes 120 montées en parallèle et un bras souple 119 qui augmente la rigidité. Une des extrémités de ce bras est fixée à la pièce 101. L'autre est fixée au coulisseau 105 par l'intermédiaire des quatre vis 117 et des quatre vis sans tête 115 qui enserrant deux clavettes 106 rigidement liées à 105 par les vis 109.

**V.1)** Quelle est la forme générale du bras souple 119 ? (Un dessin à main levée, éventuellement en perspective est souhaitable).

**V.2)** Quel mouvement par rapport au bâti 100 impose le bras 119 au coulisseau 105 ? Ce mouvement est-il compatible avec celui permis par les colonnes de guidage ?

**V.3)** La course totale du plot est de 24mm . L'usure du plot n'excède jamais 1mm durant un essai et 20mm au total. Sachant que la distance entre l'axe des deux étranglements du bras 119 est de 117mm , quel déplacement orthoradial (suivant  $z$ ) imposerait ce bras 119 au coulisseau 105 pour un déplacement axial (suivant  $x$ ) de 12mm du plot à partir de la position où le bras 119 est rectiligne ? Même question pour un déplacement du plot limité à 1mm ?

**V.4)** Pourquoi le constructeur a-t-il fourni un jeu de 48 paires de cales 110 (0,5 à 24mm d'épaisseur, tous les 0,5mm) ? Préconiser une procédure pour le remplacement d'un plot usé par un plot neuf (liste chronologique des manipulations à effectuer depuis l'arrêt du tribomètre après le dernier essai d'un plot jusqu'à sa remise en marche pour le premier essai du plot suivant).

---

••• FIN •••

---