

## Automatisation d'une scie à ruban

La machine étudiée est une scie à ruban destinée à couper des matériaux isolants pour leur conditionnement (voir annexe 1). La scie à lame verticale (axe  $z$ ), et à tête d'usinage mobile, assure la découpe à longueur des matériaux posés sur une table fixe et horizontale. L'épaisseur usinée atteint au maximum 1,2 m pour une longueur de 2,5 m. La longueur de coupe appelée "jauge" est réglée par un système pignon-crémaillère mû initialement manuellement. Elle est mesurée dans le sens de l'axe "y". La lame (scie à ruban sans denture et à double tranchant, appelée "lame couteau") coupe le matériau tant à l'aller qu'au retour. Elle est elle-même dotée d'un mouvement d'avance motorisé à deux sens. Cette avance est réalisée suivant l'axe "x" de la machine. Une machine à courant continu permet de réaliser cette avance. La vitesse d'avance est automatique et réglable. La vitesse de coupe est constante. L'étude qui suit consistera à proposer une motorisation du réglage de la jauge par un moteur à courant continu. Elle porte particulièrement sur :

- le moteur de jauge,
- la partie puissance du variateur de vitesse de ce moteur,
- la partie commande du variateur et son réglage.

Les trois parties sont indépendantes. Une lecture de l'ensemble du sujet est néanmoins souhaitable.

### Partie I - Choix du moteur de jauge

La jauge est réglée par un système pignon crémaillère (figure 1). On note  $D$  le diamètre primitif du pignon ( $D = 52 \text{ mm}$ ). La vitesse maximale de translation de la jauge est  $V = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le pignon est mû par un moteur à courant continu par l'intermédiaire d'un réducteur. La stratégie de maintenance de l'entreprise impose de choisir le moteur dans une gamme limitée. Trois moteurs sont envisagés pour ce type d'application (extrait de la documentation Leroy Somer).

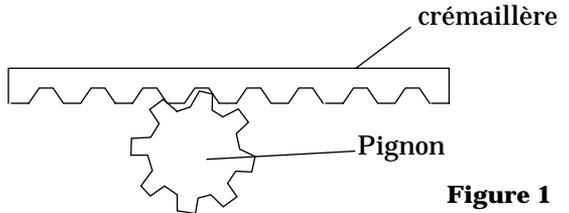


Figure 1

Ces moteurs sont des moteurs à courant continu à aimants permanents.

Désignation	Moment d'inertie ( $10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ )	Puissance nominale (kW)	Vitesse nominale (tr/min)
MFA 63 M	17	0,25	2000
MFA 63 IL	29	0,37	2000
MFA 80 L	50	0,55	2000

### I.A - Choix du réducteur

On ne souhaite pas dépasser la vitesse nominale de fonctionnement du moteur. Le rapport de réduction étant défini par

$$r = \frac{\text{vitesse du pignon}}{\text{vitesse arbre moteur}},$$

déterminer le rapport de réduction minimum  $r_{min}$  du réducteur. Pour la suite du problème on choisira un rapport de réduction  $r = 0,1$ .

### I.B - Choix du moteur

L'inertie totale de la charge (charge + réducteur) ramenée en sortie du moteur est  $J_c = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . La durée minimale d'un démarrage est de  $t_d = 0,6 \text{ s}$ . Le couple résistant total sur l'arbre du moteur (incluant les pertes dans le réducteur) est  $C_r = 0,925 \text{ N} \cdot \text{m}$ . Pendant la phase d'accélération le couple ne doit pas dépasser de plus de 40% le couple nominal. Choisir le moteur parmi les trois moteurs proposés. Justifier votre choix.

## Partie II - Étude de la partie puissance du variateur

Le variateur choisi est un RECTIVAR VE-RG de Télémécanique. Pour la suite du problème les valeurs numériques retenues sont données ci-après.

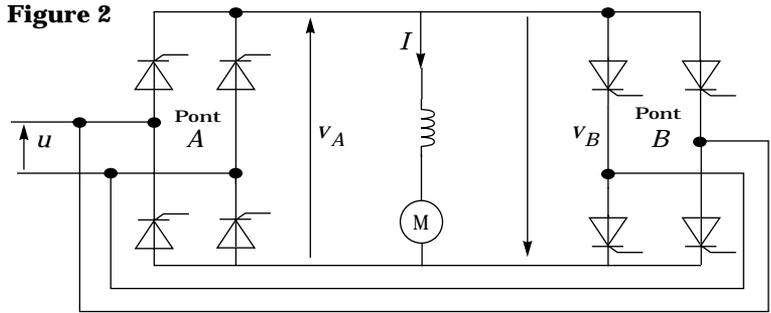
Le variateur de vitesse est réglé pour un courant maximum de 4 A.

Ce variateur met en œuvre deux ponts PD2 à thyristors tête-bêche suivant le montage présenté figure 2.

Inertie de l'ensemble en mouvement ramenée à l'arbre du moteur	$J = 0,008 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Résistance totale (induit + bobine de lissage)	$R = 4\Omega$
Inductance totale (induit + bobine de lissage)	$L = 50 \text{ mH}$

Couple résistant total (frottements secs) sur l'arbre du moteur, indépendant de la vitesse	$C_r = 0,925 \text{ N} \cdot \text{m}$
Coefficient de f.e.m. du moteur	$K = 0,78 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$
Valeur efficace de la tension d'alimentation du Rectivar	$U = 230 \text{ V}$
Fréquence de la tension d'alimentation du Rectivar	$f = 50 \text{ Hz}$

L'inductance de la bobine de lissage est supposée suffisamment élevée pour que le courant dans la charge puisse être considéré comme continu.



Plusieurs stratégies de commande sont possibles pour ce type de montage. Pour le Rectivar utilisé ici, un seul pont est commandé à la fois. Le pont  $A$  assure la conduction lorsque le courant moteur  $I$  est positif, le pont  $B$  assure la conduction lorsque le courant moteur est négatif.

## II.A - Étude d'un pont à thyristors

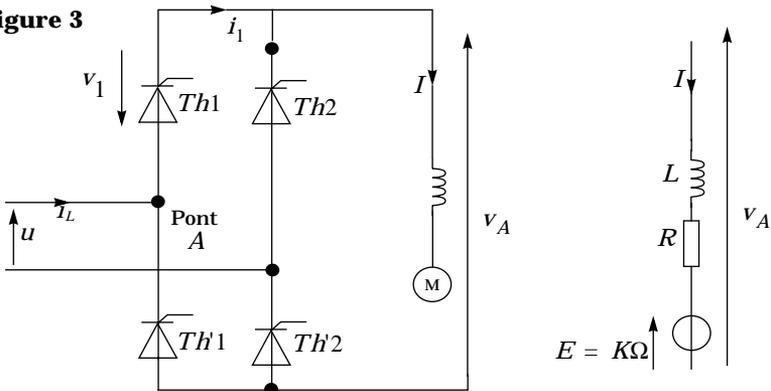
La machine effectue un cycle de fonctionnement. Dans cette partie, on étudiera le pont autour de deux instants particuliers  $t_1$  et  $t_2$  de ce cycle pour lesquels le pont  $A$ , seul actif, délivre un courant  $I = 4 \text{ A}$  (figure 3). On notera  $\alpha_A$  l'angle de retard à l'amorçage des thyristors par rapport aux passages à zéro de la tension secteur. L'angle  $\alpha_A$ , mesuré lors de la période contenant  $t_1$ , vaut  $\pi/3$  et  $(2\pi)/3$  lors de la période contenant  $t_2$ .

Sauf pour la question II.A.4, les thyristors seront supposés parfaits (pas de chute de tension en conduction, pas de courant en phase de blocage).

### II.A.1) Allure des signaux.

On posera  $u(\theta) = U\sqrt{2} \cdot \sin\theta$  avec  $\theta = \omega \cdot t$ . Représenter l'allure des chronogrammes de la tension  $v_A(\theta)$  de sortie du pont, de la tension  $v_1(\theta)$  aux bornes du thyristor  $Th1$ , du courant  $i_1(\theta)$  dans le thyristor  $Th1$ , du courant  $i_L(\theta)$  dans la ligne pendant une période autour de  $t_1$  et autour de  $t_2$ .

Figure 3



### II.A.2) Tension moyenne.

Exprimer la valeur moyenne de la tension en sortie de pont en fonction de  $\alpha_A$ . Réaliser l'application numérique pour les deux points de fonctionnement précédents.

### II.A.3) Détermination des éléments de choix des thyristors.

Exprimer les valeurs moyenne et efficace du courant dans un thyristor en fonction de  $I$ . Déterminer la tension inverse de crête répétitive d'un thyristor.

### II.A.4) Bilan de puissance.

Les pertes autres que Joules sont négligées. Pour cette question uniquement, la chute de tension aux bornes d'un thyristor en conduction est évaluée à  $1,2 \text{ V}$ . À  $t = t_1$  et  $t = t_2$ , calculer :

- la puissance fournie par le pont,
- les puissances électrique et mécanique mises en jeu au niveau de la machine à courant continu,
- son couple.

Préciser les sens de transfert de l'énergie et de rotation de la machine. Préciser dans chaque cas si la machine à courant continu est en phase d'accélération, de décélération ou de fonctionnement à vitesse constante.

## II.B - Étude d'une phase de freinage du moteur

Le moteur fonctionne à vitesse constante avec  $\alpha_A = \pi/4$  lorsque, à un instant pris comme origine des temps, l'entrée de commande de vitesse du variateur passe à 0. Le freinage se fait à courant maximum ( $I = -4 \text{ A}$ ) jusqu'à l'arrêt.

II.B.1) Déterminer le courant  $I$  et la vitesse  $\Omega_0$  pour  $t < 0$ .

II.B.2) Pour  $t > 0$ , quel est le pont en conduction ? Déterminer alors la loi de décroissance de la vitesse de rotation du moteur en fonction du temps.

II.B.3) Quelle est la durée  $t_f$  du freinage ?

### II.C - Étude d'une commande à circulation de courant

Une autre stratégie de commande de ce type de variateur est de commander les deux ponts simultanément. Dans ce cas, même en

l'absence de moteur, un courant  $i_c$  peut circuler dans les deux ponts (voir figure 4). Ce courant est appelé courant de circulation. Lorsque le moteur est branché, ce courant de circulation se superpose au courant moteur. Pour l'étude du courant de circulation, on supposera que le moteur n'est pas connecté.

On rappelle qu'une grandeur  $g(x)$  périodique, de période  $T_0$ , peut se mettre sous la forme

$$g(x) = g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} g_n(x), \text{ où } g_0 \text{ est la valeur moyenne de } g(x) :$$

$$g_0 = \frac{1}{T_0} \int_{x_0}^{x_0+T_0} g(x) dx, \text{ et } g_n(x) \text{ l'harmonique de rang } n \text{ de } g(x) :$$

$$g_n(x) = A_n \cos \frac{2\pi n x}{T_0} + B_n \sin \frac{2\pi n x}{T_0}, \text{ avec}$$

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_{x_0}^{x_0+T_0} g(x) \cdot \cos \frac{2\pi n x}{T_0} dx \text{ et } B_n = \frac{2}{T_0} \int_{x_0}^{x_0+T_0} g(x) \cdot \sin \frac{2\pi n x}{T_0} dx.$$

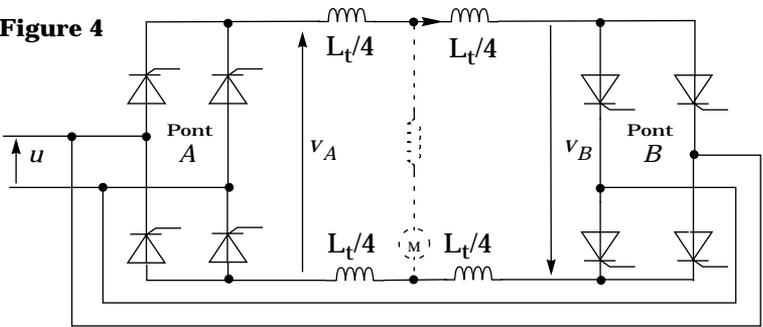
II.C.1) Relation entre les angles de commande.

À quelle condition sur  $\alpha_A$  et  $\alpha_B$  la composante continue du courant de circulation  $i_c$  est-elle nulle ?

II.C.2) Étude des tensions de sortie des ponts A et B.

La condition précédente sera supposée vérifiée pour la suite de la partie II.C. Quelle est la fréquence de l'harmonique 1 de  $v_A(t)$ . Soit  $v_{A1}(t)$  l'harmonique 1 de  $v_A(t)$ . Déterminer  $A_1$  et  $B_1$ , amplitudes respectives des termes en cosinus et en sinus de  $v_{A1}(t)$  en fonction de  $U$  et  $\alpha_A$ . En déduire  $A'_1$  et  $B'_1$ , amplitudes respectives des termes en cosinus et en sinus de  $v_{B1}(t)$ , harmonique 1 de  $v_B(t)$  en fonction de  $A_1$  et  $B_1$ . En déduire l'amplitude  $V_T$  de  $v_T(t)$  en fonction de  $U$

Figure 4



et  $\alpha_A$  où  $v_T(t) = v_{A1}(t) + v_{B1}(t)$ . Pour quelle valeur de  $\alpha_A$  cette amplitude est-elle maximale (on recherchera une solution évidente) ? Calculer cette valeur maximale  $\hat{V}_{Tmax}$  de  $\hat{V}_T$ .

II.C.3) Fondamental du courant de circulation.

Soit  $L_t$  l'inductance totale de la maille liant les deux ponts. On négligera la résistance de cette maille. Exprimer la valeur efficace  $I_{c1}$  du fondamental du courant de circulation. Déterminer la valeur minimale  $L_{tmin}$  de  $L_t$  permettant de limiter  $I_{c1}$  à 1 A.

### Partie III - Étude de la partie commande du variateur

Le schéma synoptique de la commande est donné ci-dessous figure 5. La commande de vitesse du moteur est une tension notée "e". Elle est présentée à l'entrée du bloc "rampe" dont la fonction est de limiter la dérivée par rapport au temps de la consigne vitesse. La tension de sortie de ce bloc "rampe" est la tension de consigne de la boucle de vitesse de ce variateur. Elle est notée  $c_v$ . Ce variateur possède également une boucle interne de courant. La tension de sortie du correcteur de courant est la tension  $v_{com}$  de commande de l'angle de retard à l'amorçage des thyristors.

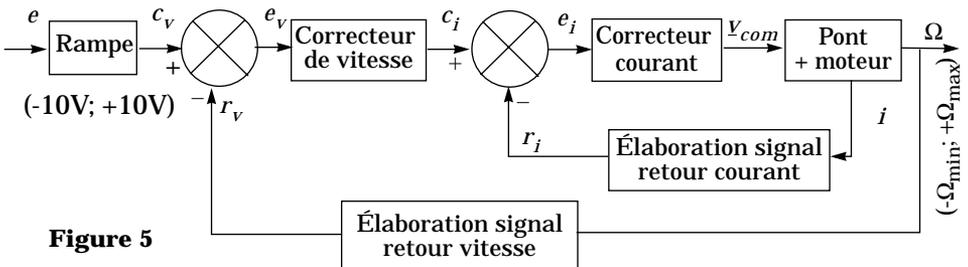


Figure 5

Les amplificateurs linéaires intégrés sont alimentés en +15 V ; -15 V. Les tensions de saturation sont égales à +14 V et -14 V.

### III.A - Étude du générateur de rampe (voir figure 6)

Plage de variation de  $e$  :  $-10 \text{ V} < e < +10 \text{ V}$ .

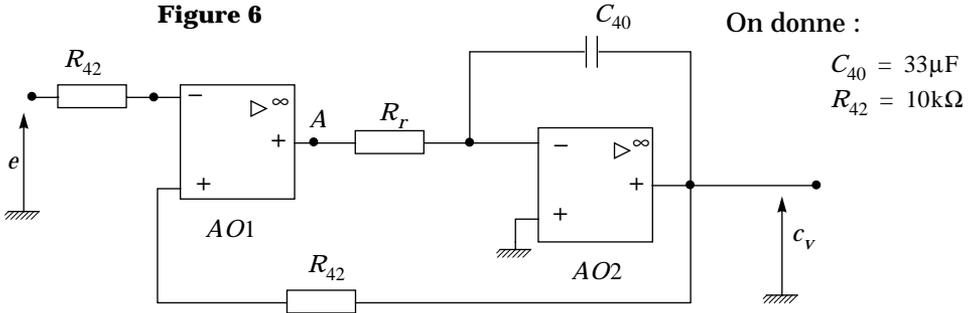
III.A.1) Point de fonctionnement statique.

La tension  $e$  d'entrée du montage est constante depuis un temps très long et on donne  $e = 2 \text{ V}$ . Déterminer la valeur de la tension de sortie du montage.

III.A.2) Réponse à une variation de la tension d'entrée.

À l'instant  $t = 0$ ,  $e$  passe à 4 V. Déterminer l'expression littérale de  $c_v$  en fonction du temps et des paramètres du montage.

Figure 6



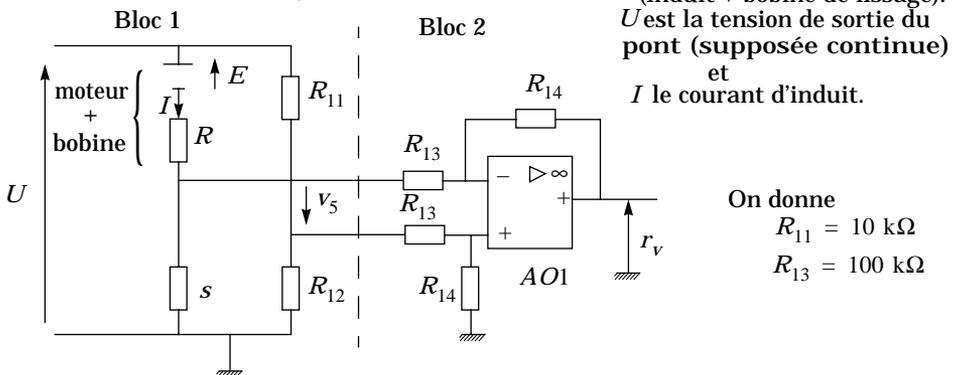
### III.A.3) Éléments de réglage.

La durée maximale de la rampe, lors d'une variation de  $e$  de 0 à 10 V, doit être réglable de 0,2 s à 10 s. Pour cela, la résistance  $R_r$  est en fait constituée de l'association d'une résistance fixe  $R_{40}$  et d'une résistance  $R_{41}$  réglable de 0 à la valeur maximale  $R_{41max}$ . Déterminer  $R_{40}$  et  $R_{41max}$ . La documentation accompagnant le variateur nomme le réglage de  $R_{41}$  "réglage de l'accélération maximale". Justifier cette appellation.

### III.B - Réalisation du signal retour vitesse

Le Rectivar permet soit d'effectuer le retour vitesse grâce à un capteur vitesse soit de synthétiser une information vitesse à partir de la f.e.m. du moteur.

Figure 7



Nous étudions dans cette partie cette deuxième possibilité.

#### III.B.1) Étude du bloc 1 seul.

Exprimer la tension  $v_5$  en fonction de  $U$ ,  $E$  et des résistances apparaissant sur le schéma. À quelle condition la tension  $v_5$  est-elle proportionnelle à la f.e.m. du moteur ? On donne  $s = 0,22\Omega$ . Déterminer la valeur de  $R_{12}$ .

## III.B.2) Étude du bloc 2 seul.

Exprimer la relation liant  $r_v$  et  $v_5$ .

## III.B.3 Étude de l'ensemble.

La condition du III.B.1, étant réalisée, montrer que les courants dans les résistances  $R_{13}$  sont négligeables devant les courants parcourant les deux branches du bloc 1. Déterminer  $R_{14}$  sachant que la tension  $r_v$  est égale à 10 V quand le moteur tourne à 2000 tr/min.

## III.C - Étude simplifiée de la boucle de courant

Le schéma fonctionnel de la boucle de courant est représenté ci-dessous.

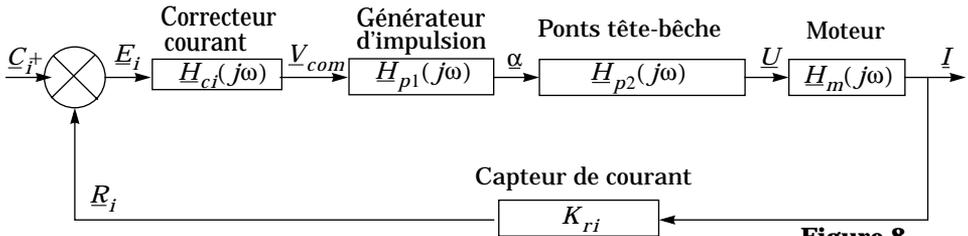


Figure 8

Plage de variation de la consigne courant :  $-14 \text{ V} < c_i < 14 \text{ V}$ .  $U$  est la tension moyenne en sortie de pont. On considérera que  $U = 200 \cdot \cos \alpha$ .

## III.C.1) Fonction de transfert du moteur.

Montrer que la fonction de transfert  $\underline{H}_m(j\omega)$  du moteur à courant continu peut se mettre sous la forme

$$\underline{H}_m(j\omega) = \frac{I}{\underline{U}} = \frac{b_1 j\omega}{1 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2} \text{ où } a_1, a_2 \text{ et } b_1 \text{ sont des coefficients}$$

que l'on exprimera en fonction de  $J$ ,  $K$ ,  $R$  et  $L$ . Montrer que le dénominateur peut se mettre sous la forme

$$\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_2}\right) \text{ où } \omega_1 < \omega_2.$$

On prendra pour la suite des calculs  $\omega_1 = 30 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\omega_2 = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## III.C.2) Étude du générateur d'impulsions et des ponts.

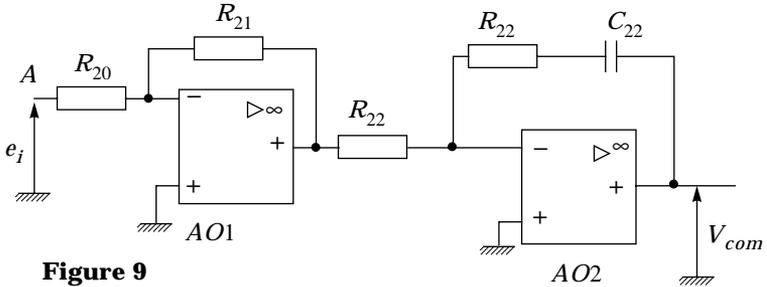
Pour ce générateur d'impulsions, l'angle  $\alpha$  est une fonction affine de la tension de commande.  $\alpha$  est nul pour  $v_{com} = 12 \text{ V}$ , égal à  $(5\pi)/6$  pour  $v_{com} = 0 \text{ V}$ .

Nous supposons, pour l'ensemble de la question III.C, que les variations de la tension de sortie du pont sont, autour d'un point de fonctionnement, proportionnelles aux variations de la tension de commande  $v_{com}$ . Exprimer  $dU$ , variation de la tension d'induit  $U$ , en fonction de  $dv_{com}$ , variation de la tension de commande du générateur d'impulsions et de  $\alpha$ . Montrer que  $\underline{H}_p(j\omega) = \underline{U}/V_{com}$  est

un réel positif. Exprimer  $\underline{H}_p(j\omega)$  en fonction de  $\alpha$ . Calculer  $\underline{H}_p(j\omega)$  pour  $\alpha = \pi/6$ . Pour la suite du problème, on prendra  $\underline{H}_p(j\omega) = 20$ .

### III.C.3) Détermination du correcteur.

Le schéma du correcteur proposé est donné ci-contre.



**Figure 9**

Déterminer la fonction de transfert  $\underline{H}_{ci}(j\omega)$  du correcteur en fonction des éléments du montage. De quel type de correcteur s'agit-il? On donne  $R_{21} = A_i \cdot R_{20}$ . On donne  $C_{22} = 10\mu\text{F}$ . Déterminer la valeur à donner à  $R_{22}$  afin que la fonction de transfert en boucle ouverte de la boucle de courant soit de la forme :

$$\underline{T}_i(j\omega) = \frac{\beta}{1 + j\omega/\omega_2}. \text{ Exprimer } \beta \text{ en fonction de } A_i \text{ et } K_{ri}.$$

### III.C.4) Détermination des éléments de la boucle de retour.

#### a) Choix de $K_{ri}$ .

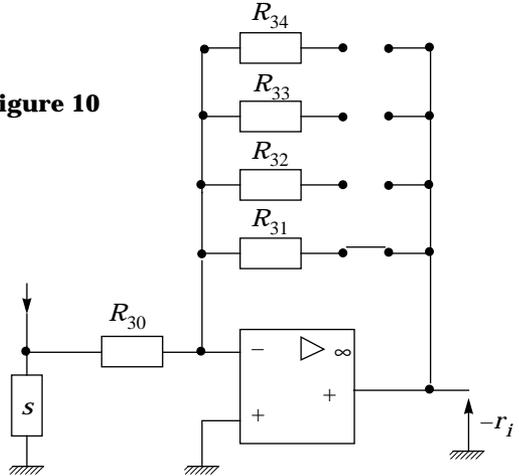
Exprimer l'erreur statique de la boucle de courant, pour la valeur maximale de  $C_i$ , en fonction de  $\beta$ . On suppose que  $\beta \gg 1$ . Que devient cette erreur statique? Montrer que le choix de  $K_{ri}$  permet de régler le courant maximum dans le moteur. Déterminer la valeur  $K_{ri4}$  de  $K_{ri}$  permettant d'obtenir un courant moteur de 4 A maximum.

#### b) Étude du capteur de courant.

L'information courant inversée,  $-r_i$ , est obtenue grâce au montage de la figure 10 ci-contre. La résistance  $s$  ( $s = 0,22\Omega$ ) est parcourue par le courant  $I$  à mesurer. Grâce à un cavalier, l'amplification de l'amplificateur peut prendre quatre valeurs différentes. On donne  $R_{30} = 10\text{ k}\Omega$ , déterminer les résistances  $R_{31}$ ,  $R_{32}$ ,  $R_{33}$  et  $R_{34}$  permettant d'obtenir respectivement des courants maximum de 10,

8, 6 et 4 ampères. Étude en boucle fermée. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $\underline{H}_{if}(j\omega) = \underline{I}/\underline{C}_i$  de la boucle de courant en fonction de  $\beta$  et  $K_{ri}$ . Exprimer  $\omega'_2$ , pulsation de coupure à  $-3$  dB de  $\underline{H}_{if}(j\omega)$ , en fonction de  $\omega_2$  et  $\beta$ . Exprimer  $\underline{H}_{if}(j\omega)$  et  $\omega'_2$ , lorsque  $\beta \gg 1$ .

Figure 10



### III.D - Étude de la boucle de vitesse

Une analyse plus complète de la boucle de courant montre que le principe de fonctionnement d'un pont à thyristors introduit nécessairement un retard. En effet toute modification de consigne ne peut être prise en compte que pour l'amorçage suivant des thyristors. Ce retard modifie notablement la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de courant.

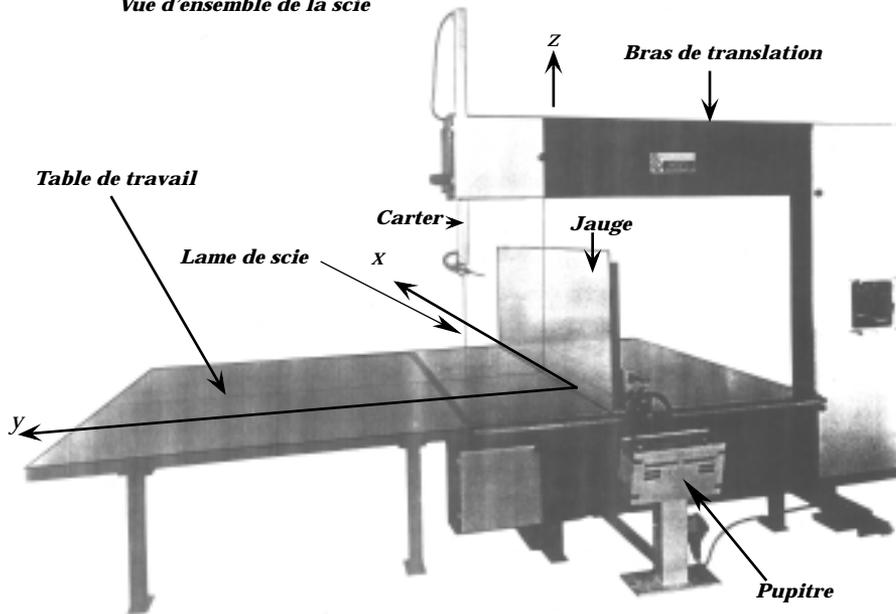
Un tracé du diagramme de Bode de  $\underline{H}_{if}(j\omega) = \underline{I}/\underline{C}_i$  tenant compte des effets de ce retard est fourni (annexe 2). La consigne vitesse, notée  $c_v(t)$ , est comparée au signal issu du capteur de vitesse noté  $r_v(t)$ . Le capteur de vitesse fournit un signal proportionnel à la vitesse de rotation du moteur :  $r_v(t) = K_{rv} \cdot \Omega(t)$  (voir le synoptique de la figure 5). La sortie  $e_v(t)$  du comparateur est l'entrée du correcteur vitesse de fonction de transfert  $\underline{H}_{cv}(j\omega) = \underline{C}_i'/\underline{E}_v$ . La tension  $r_v(t)$  vaut 10 V lorsque le moteur tourne à 2000 tr/min.

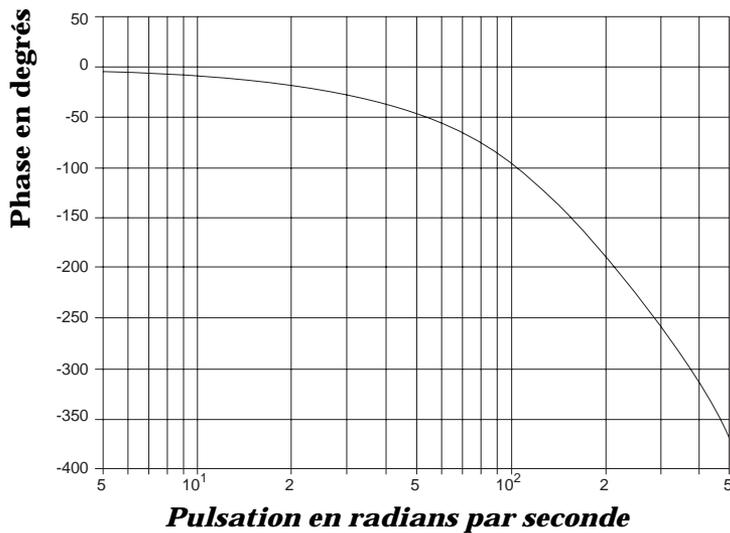
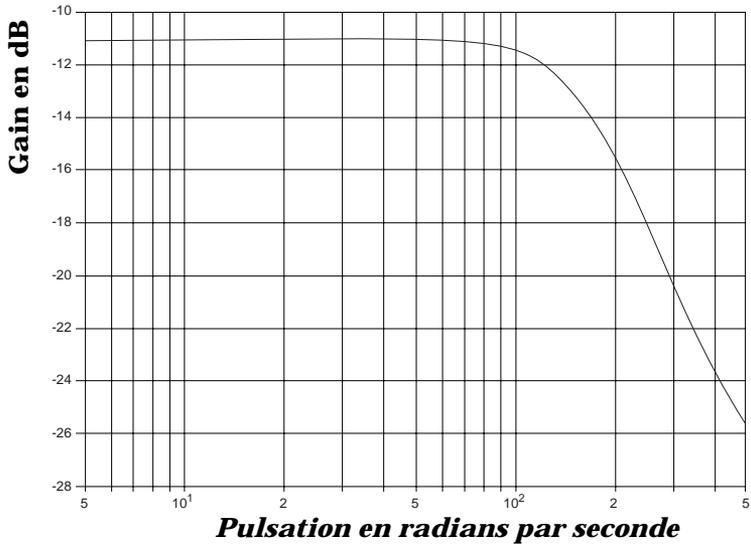
#### III.D.1) Analyse du système.

Déterminer la valeur numérique du coefficient  $K_{rv}$ . Soit  $\underline{H}_m(j\omega) = \underline{\Omega}/\underline{I}$ . Faire le schéma fonctionnel de la boucle d'entrée  $\underline{C}_v$  et de sortie  $\underline{\Omega}$ . Expliciter la fonction de transfert  $\underline{H}_m(j\omega)$  en fonction de  $K$ ,  $J$  et  $\omega$ .

#### III.D.2) Réglage du correcteur.

Le correcteur est de type proportionnel :  $\underline{H}_{cv}(j\omega) = \underline{C}_i'/\underline{E}_v = A_v$ . Déterminer la valeur de  $A_v$  qui donnera au système une marge de phase de  $65^\circ$ . Quelle est l'erreur statique du système ? Quel intérêt pourrait présenter l'utilisation d'un correcteur proportionnel intégral dans ce cas de figure ?

**Annexe 1 :****Vue d'ensemble de la scie**

**Annexe 2 : Diagramme de Bode de  $\underline{H}_{if}(j\omega)$** 

---

••• FIN •••

---