

# SCIENTES INDUSTRIELLES

Le sujet comporte 8 pages dactylographiées et un document réponse.

## *Train pendulaire*

L'extension du réseau dédié aux TGV est actuellement revue à la baisse en raison des coûts élevés et des délicats problèmes de l'impact de ces nouvelles voies ferrées sur l'environnement. Ainsi, la SNCF doit aujourd'hui adapter sa gamme de matériels à ces nouveaux impératifs : construire moins de nouvelles lignes, mieux exploiter le réseau classique.

Pour valoriser le réseau classique il est nécessaire de relever la vitesse au-delà de la barre des 160 km/h afin d'obtenir un gain de temps conséquent.

Cependant pour assurer le confort du passager lorsque le train aborde une courbe, il faut limiter la sensation physique due à l'accélération centripète. L'effet de la courbe sur le passager peut être compensé par le dévers de voie qui rehausse le rail extérieur relativement au rail intérieur.

Sur les voies dédiées spécifiquement aux trains à grande vitesse, les dévers sont suffisants pour assurer le confort du passager. Ils correspondent aux rayons de courbe pour la vitesse de circulation «maximale».

Le réseau classique admet un dévers insuffisant pour effacer les effets ressentis par le voyageur dans un virage abordé à grande vitesse. Pour compenser cette insuffisance, en plus du dévers de voie, il devient nécessaire d'incliner la caisse de la voiture transportant le passager, c'est la pendulation.

En France la pendulation n'est pas une idée neuve. Elle commence avec la voiture prototype Chartet-Mauzin construite en 1956 et a accompagné les débuts du TGV : le TGV 001 en 1970, puis le TGV 002 commandé mais resté à l'état de maquette. Très développés sur le plan mécanique, ces systèmes ont souffert du manque de performance des automatismes. Lancés trop tôt au regard des tech-



Figure 1

# Filière MP

niques de l'époque, les véhicules pendulaires sont restés en France à l'état de prototypes. En revanche, l'Espagne avec le **Talgo pendulare** et l'Italie avec les **ETR** ont continué à développer le système pendulaire.

Pour le TGV pendulaire, la traverse de pendulation suspendue au bogie sera placée sous la suspension secondaire. Cette solution, a été retenue parce qu'elle s'applique le mieux aux rames articulées : liaison intercaisse, suspension secondaire et intercirculation restent identiques aux autres TGV (voir Figure 4).

Ces investissements ne présentent un intérêt que si le gain de temps est suffisant. Pour cela, les trains devront pouvoir atteindre une vitesse de 220 km/h sur lignes classiques, ces lignes pouvant présenter des courbes d'un rayon de 1200 m .

## ÉTUDE FONCTIONNELLE

**Q.1** - Afin de mettre en évidence les fonctions remplies par le système de pendulation et le dévers de voie de la caisse d'une voiture d'un matériel ferroviaire, reproduire et compléter le diagramme FAST donné ci-dessous : (F.P. fonction principale ; F.T. fonction technique).

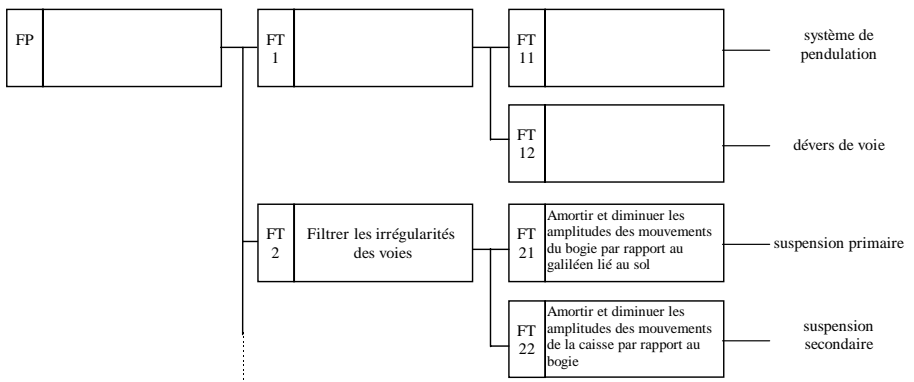


Figure 2

**ÉTUDE DES FONCTIONS FT11 ET FT12**

**Partie I**

Afin d'étudier l'ordre de grandeur du dévers que devrait avoir une courbe d'un rayon de 1200 m , abordée par un train non pendulé roulant à 220 km/h , considérons le modèle très simplifié ci-après (voir figure 3).

Le passager est modélisé par un point matériel  $M$  , de masse  $m$  , se déplaçant à la vitesse  $\vec{V}_{(M/R_0)} = -V_M \vec{x}_1$  ( $V_M$  constante) en décrivant une trajectoire horizontale circulaire de centre  $O$  et de rayon  $R$  .

Les repères et le paramétrage sont les suivants :

- $R_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est galiléen ; l'axe  $(O; \vec{z}_0)$  perpendiculaire au plan de la trajectoire de  $M$  , est vertical ascendant et on désigne par  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  l'accélération de la pesanteur ;
- $R_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  avec  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$  , suit le point  $M$  dans son mouvement, tel qu'à tout instant  $\vec{OM} = R\vec{y}_1$  et  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \psi = \dot{\psi}t$  ( $\dot{\psi}$  constant).
- $R_M(M; \vec{x}_C, \vec{y}_C, \vec{z}_C)$  avec  $\vec{x}_C = \vec{x}_1, \vec{z}_C$  étant le vecteur directeur de la normale au plancher de la caisse de la voiture transportant le passager :  $(\vec{y}_1, \vec{y}_C) = (\vec{z}_0, \vec{z}_C) = \alpha$  ( $\alpha$  constant).

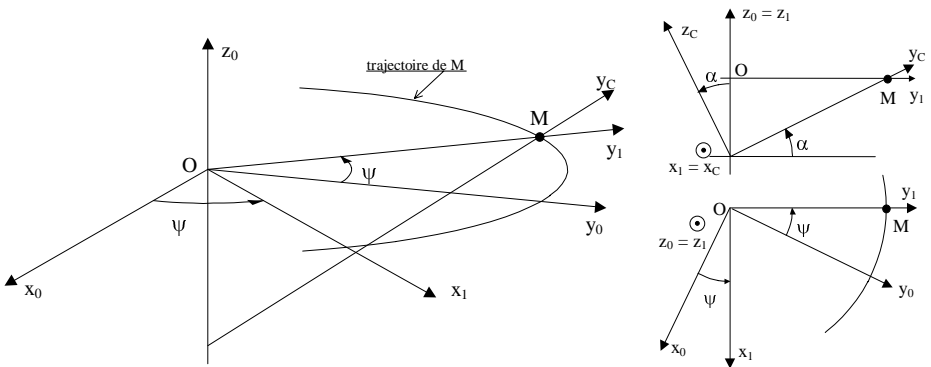


Figure 3

**Q.2** - Écrire l'accélération du point  $M$  par rapport au repère  $R_0$  en fonction de  $V_M$  et  $R$  :  $\vec{a}_{(M/R_0)}$ .

**Q.3** - Soit  $A_L = (\vec{g} - \vec{a}_{(M/R_0)}) \cdot \vec{y}_C$  l'accélération latérale équivalente "ressentie" par le passager. Déterminer l'angle de dévers  $\alpha$  qui permettrait d'effacer

l'accélération latérale équivalente "ressentie" par le passager, c'est à dire pour lequel  $A_L = 0$ .

**Q.4** - Application numérique : calculer l'angle  $\alpha$  en degrés pour les valeurs numériques suivantes :  $V_M = 220 \text{ km/h}$  ;  $R = 1200 \text{ m}$  ;  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### Partie II

Les dévers de voie des lignes classiques n'atteignent pas cette valeur.

**Considérons pour toute la suite que la courbe abordée a un rayon  $R = 1200 \text{ m}$  et un angle de dévers de voie  $\alpha_v$  de  $0,11 \text{ rd}$  soit  $6,3^\circ$ . Nous appellerons désormais courbe de référence.**

Afin de mettre en évidence l'insuffisance de dévers de la courbe de référence, conservons le modèle simplifié de la partie I.

**Q.5** - Pour un train non pendulé et en négligeant l'effet de la suspension,  $\alpha = \alpha_v$ .  $\alpha_v$  étant petit nous allons poser  $\cos \alpha_v = 1$  et  $\sin \alpha_v = \alpha_v$ . Dans ces conditions, exprimer  $A_L = (\vec{g} - \vec{a}_{(M/R_0)}) \cdot \vec{y}_C$  en fonction de  $V_M$ ,  $R$ ,  $g$  et  $\alpha$ .

**Q.6** - Répondre à cette question sur le document réponse donné en annexe. L'accélération latérale équivalente "ressentie" par le passager ne doit pas être supérieure en valeur absolue à  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . En prenant  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , calculer les valeurs numériques de :

$A_{L0}(V_{M0})$  pour  $V_{M0} = 0$  ;  $V_{M1}$  pour  $A_{L1}(V_{M1}) = 0$  ;  $V_{M2}$  pour  $A_{L2}(V_{M2}) = +1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  et  $A_{L3}(V_{M3})$  pour  $V_{M3} = 220 \text{ km/h}$ .

La courbe  $A_L(V_M)$  est donnée sur le document réponse. Sur cette courbe, noter les quatre points calculés.

**Q.7** - Appliquer le théorème de la résultante dynamique au passager en mouvement par rapport à  $R_0$ . Écrire cette équation en projection sur  $\vec{y}_C$  et faire apparaître  $A_L$ . Indiquer sur la courbe  $A_L(V_M)$  du document réponse les plages de vitesses pour lesquelles : le voyageur est attiré vers l'intérieur du virage ; le voyageur est attiré vers l'extérieur du virage ; la compensation est suffisante ; la pendulation est nécessaire.

### Partie III

Dans cette partie on se propose d'estimer l'ordre de grandeur de l'angle de dévers que devra ajouter le système de pendulation.

**Pour toute la suite posons (voir Figure 4)  $\alpha = \alpha_v + \alpha_2 + \alpha_3$  avec :**

- $\alpha$  angle de dévers total,
- $\alpha_v$  angle de dévers de voie seule,
- $\alpha_2$  angle de dévers dû à la pendulation seule,
- $\alpha_3$  angle de dévers dû à la suspension secondaire seule.

**Q.8** - L'accélération latérale équivalente "ressentie" par le passager ne doit pas être supérieure à  $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . En supposant  $\alpha_3$  négligeable, déterminer  $\alpha_2$  ( $\alpha_2$  petit) pour un passage de la courbe de référence à  $220 \text{ km/h}$ .

**ÉTUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UNE VOITURE.**

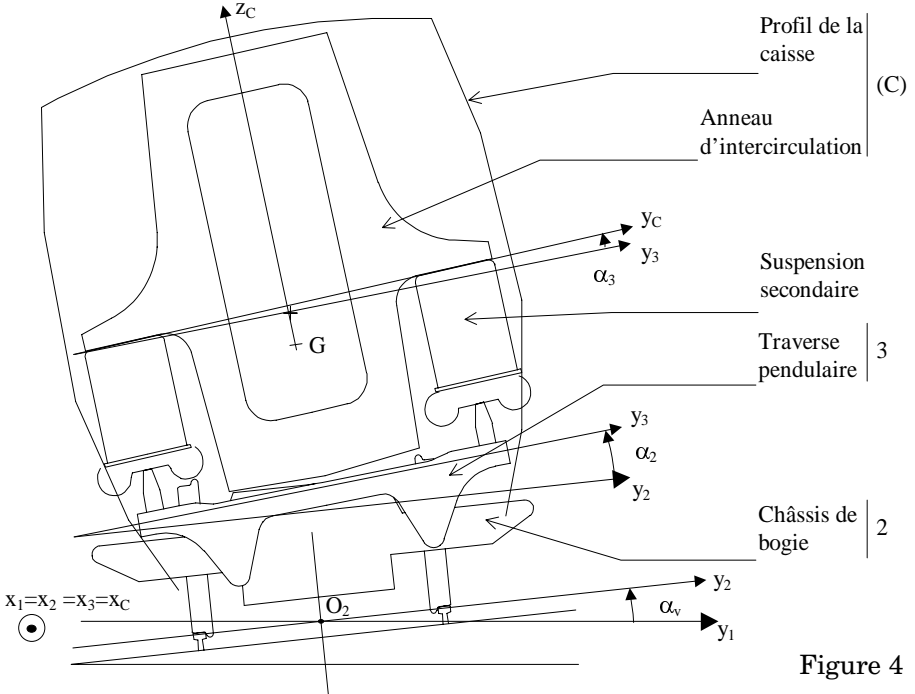


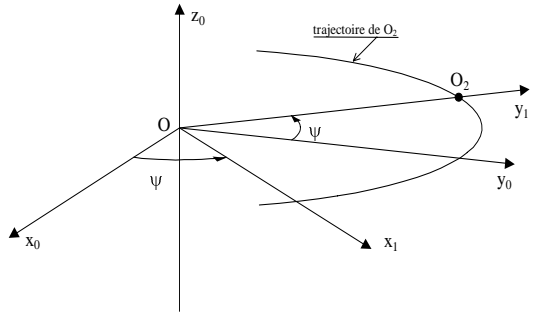
Figure 4

Afin d'étudier le système de pendulation développé par GEC Alstom pour le TGV, on adopte une modélisation plane et on considère un bogie sur lequel repose une voiture.

Les repères, les bases et le paramétrage seront désormais les suivants :

- $R_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est galiléen ; l'axe  $(O; \vec{z}_0)$ , est vertical ascendant et on désigne par  $\vec{g} = -g\vec{z}_0$  l'accélération de la pesanteur ;
- $R_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , avec  $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$ , suit le point  $O_2$  dans son mouvement, tel qu'à tout instant :  $\vec{OO}_2 = R\vec{y}_1$ ,  $R = 1200 \text{ m}$  ;  $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \psi = \dot{\psi}t$  ( $\dot{\psi}$  constant) ;  $\vec{V}(o_2/R_0) = -V_2\vec{x}_1$  et  $V_2 = 220 \text{ km/h}$  ;

- $R_2(O_2; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , avec  $x_2 = x_1$ , lié au bogie (2), étant le vecteur directeur de la normale aux rails passant par  $O_2$  :  $(y_1, y_2) = (z_0, z_2) = \alpha_v$  et  $\alpha_v = 6,3^\circ$ .



- $b_3(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , avec  $x_3 = x_1$ , lié à la traverse pendulaire (3) :  $(y_2, y_3) = (z_2, z_3) = \alpha_2$  ;

- $R_C(G; \vec{x}_C, \vec{y}_C, \vec{z}_C)$ , avec  $\vec{x}_C = \vec{x}_1$ , lié à l'anneau d'intercirculation (C) :  $(y_3, y_C) = (z_3, z_C) = \alpha_3$ .

•  $G$  est le centre d'inertie du solide (C), supposé indéformable, constitué de l'anneau d'intercirculation et d'une caisse de voiture supportés par le bogie étudié. Soit  $m_C = 50000$  kg la masse de (C). (C) a pour matrice d'inertie dans la base  $(\vec{x}_C, \vec{y}_C, \vec{z}_C)$  :

$$[I_{(G,(C))}] = \begin{bmatrix} A_C & 0 & 0 \\ 0 & B_C & 0 \\ 0 & 0 & C_C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_C, \vec{y}_C, \vec{z}_C)} \quad \text{avec } A_C = 2 m_C \text{ et } C_C - B_C = 0,6 m_C ;$$

$A_C, B_C$  et  $C_C$  en  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ .

### Partie I

Dans un système de pendulation passive il n'y a pas d'actionneur, la voiture peut s'incliner naturellement dans un virage en s'appuyant sur la suspension. Dans cette partie on se propose de rechercher la position de l'axe de rotation de la voiture qui permettrait d'ajouter un dévers  $\alpha_3$  de  $5^\circ$  au dévers de voie de la courbe de référence lorsqu'elle est abordée à  $220 \text{ km/h}$ . Pour effectuer une étude succincte de cette solution adoptons le modèle simplifié suivant.

La traverse pendulaire n'existant pas dans ce type de solution, posons  $\alpha_2 = 0$ . Le mouvement du repère  $R_C$  par rapport au repère  $R_2$  sera considéré comme un mouvement de rotation d'axe  $(I : x_1)$  fixe dans  $R_2$  avec  $\vec{GI} = a z_C$   $a$  constant.

L'action de la suspension secondaire sur le solide (C) sera modélisée par un torseur :

$$\left\{ \vec{\mathcal{R}}_{(S \rightarrow C)} ; \vec{\mathcal{M}}_{I(S \rightarrow C)} \right\}_I \text{ avec : } \vec{\mathcal{M}}_{I(S \rightarrow C)} = -2d_b^2 K_{zb} \alpha_3 \vec{x}_1 ;$$

- $d_b$  demi-distance entre deux ressorts de suspension :  $d_b = 1 \text{ m}$  ;
- $K_{zb}$  raideur verticale de la suspension secondaire  $K_{zb} = 3,6 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  .

Les actions mécaniques prises en compte sont :

- l'action de la pesanteur sur le solide (C) ;
- l'action de la suspension secondaire sur le solide (C).

$\alpha_v$  et  $\alpha_3$  étant petits, posons  $\cos(\alpha_v + \alpha_3) = 1$  et  $\sin(\alpha_v + \alpha_3) = \alpha_v + \alpha_3$  . On se place en régime établi,  $\alpha_3 = \text{constante}$ . Rappelons que  $\alpha_2 = 0$  .

**Q.9** - Établir la relation entre  $R$ ,  $\psi$  et  $V_2$  .

**Q.10** - On note  $\vec{\delta}_I((C)/R_0) \cdot \vec{x}_1$  la projection sur  $\vec{x}_1$  du moment dynamique en  $I$  du solide (C) en mouvement par rapport à  $R_0$ . Exposer clairement la démarche qui sera adoptée pour aborder la détermination de  $\vec{\delta}_I((C)/R_0) \cdot \vec{x}_1$ , en se limitant à l'écriture des relations vectorielles nécessaires. Ces calculs de cinétique ne seront pas développés dans cette question.

**Q.11** - Il est raisonnable de faire l'approximation suivante :  $\vec{V}_{(O_2/R_0)} = \vec{V}_{(G,(C)/R_0)}$ . Justifier cette hypothèse.

**Q.12** - Déterminer  $\vec{\delta}_I((C)/R_0) \cdot \vec{x}_1$  selon la démarche exposée en Q.10 avec l'hypothèse donnée en Q.11, en fonction des paramètres géométriques, de la masse du solide (C), des moments d'inertie concernés et de la vitesse  $V_2$  du train.

**Q.13** - Écrire l'équation scalaire issue de l'application du théorème du moment dynamique, en  $I$  en projection sur  $x_1$ , appliqué au solide (C) en mouvement par rapport à  $R_0$ .

**Q.14** - En déduire  $a$ , puis faire l'application numérique.

**Q.15** - Considérons le profil extérieur de la voiture défini par la figure 5. Placer  $I$  par rapport à ce profil, et esquisser ce profil incliné de  $5^\circ$ . Quel est le principal inconvénient de cette solution mis en évidence par cette étude graphique ?

l'approximation suivante :

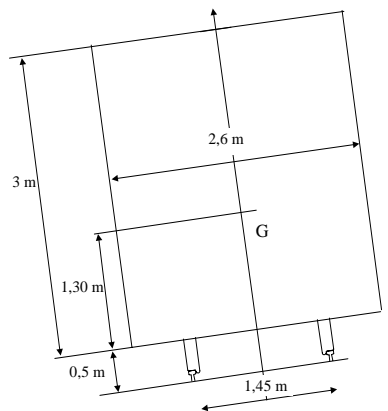


Figure 5

C'est la solution adoptée pour le Talgo pendulaire qui admet un angle de pendulation de  $3^\circ$  maximum. Elle nécessiterait une modification de la suspension du TGV et de plus elle n'est pas entièrement satisfaisante pour le confort des passagers.

### Partie -II

On se propose d'étudier le système de pendulation développé par GEC Alstom pour le TGV. Afin d'élaborer un modèle satisfaisant pour une étude en dynamique de l'actionneur, commençons par une étude de la cinématique de ce système.

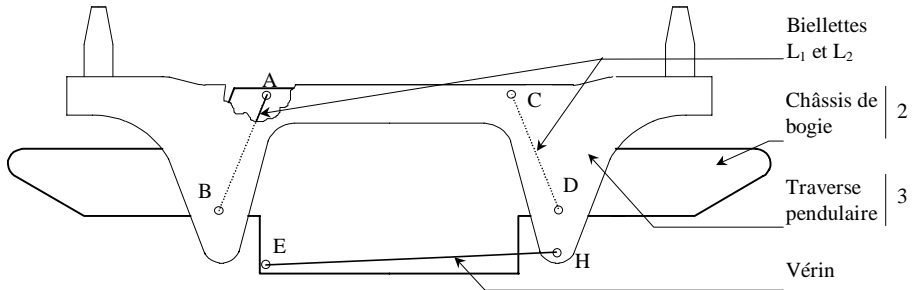
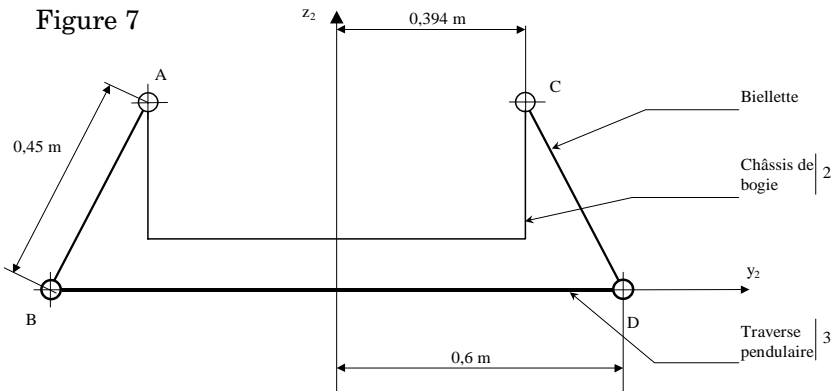


Figure 6

Il est composé d'un vérin, qui est l'élément actionneur permettant l'inclinaison forcée de la traverse pendulaire.



Celle-ci est suspendue au bogie grâce à deux biellettes  $L_1$  et  $L_2$ , dont le mouvement de rotation en roulis est libre afin de ne pas empêcher son inclinaison. Ce système incline l'anneau d'intercirculation placé entre deux voitures. Les biellettes  $L_1$  et  $L_2$  sont en liaisons pivot d'axes respectivement  $(A ; \underline{x}_1)$  et  $(C ; \underline{x}_1)$  avec le châssis du bogie et en liaisons pivot d'axes  $(B ; \underline{x}_1)$  et  $(D ; \underline{x}_1)$  avec la tra-



verse pendulaire. Le corps du vérin est en liaison sphérique de centre  $E$  avec le châssis du bogie et le piston en liaison sphérique de centre  $H$  avec la traverse pendulaire.

Le schéma cinématique simplifié de la figure 7 représente le système d'inclinaison de la caisse de la voiture en position médiane :  $\alpha_2 = 0$ .

**Q.16** - Répondre sur le document réponse donné en annexe. Pour la position médiane représentée sur cette figure, tracer le support de la vitesse du point  $B$  de la traverse pendulaire (3) en mouvement par rapport au châssis de bogie (2) :  $\vec{V}_{(B,3/2)}$ . Faire de même avec  $\vec{V}_{(D,3/2)}$ . Placer alors sur ce dessin le centre instantané de rotation du mouvement de (3) par rapport à (2). Ce point sera noté  $I_{32}$ .

**Q.17** - Répondre sur le document réponse donné en annexe. La figure du document réponse représente le système de pendulation lorsque le châssis de bogie est incliné de  $6,3^\circ$  par rapport à l'horizontale du lieu et lorsque la traverse pendulaire est inclinée de  $+5^\circ$  par rapport au châssis de bogie. Pour cette nouvelle position de la traverse pendulaire (3), placer le centre instantané de rotation du mouvement de (3) par rapport à (2).

### Partie III

Cette étude a pour but de mettre en évidence le moment de rappel exercé sur la caisse de voiture et de prédimensionner le vérin. Pour cela une étude graphique est suffisante. On se place dans le cas où le système de pendulation est en régime établi pour l'inclinaison maximum de la voiture qui aborde à 220 km/h la courbe de référence. Pour conduire cette étude nous allons prendre comme référence le repère  $R_1$  et adopter le modèle simplifié ci-après.

On néglige les masses de la traverse pendulaire, de la suspension secondaire, du vérin et des biellettes par rapport à la masse de la voiture.

Nous allons négliger l'inclinaison due à la suspension secondaire,  $\alpha_3 = 0$ .

Les actions mécaniques prises en compte qui s'exercent sur le solide (C) sont :

- l'action de la pesanteur sur le solide (C)

**Pour toute la suite l'ensemble  $\{(C), \text{suspension secondaire, traverse pendulaire}\}$  est considéré comme un solide indéformable et est désigné simplement (C).**

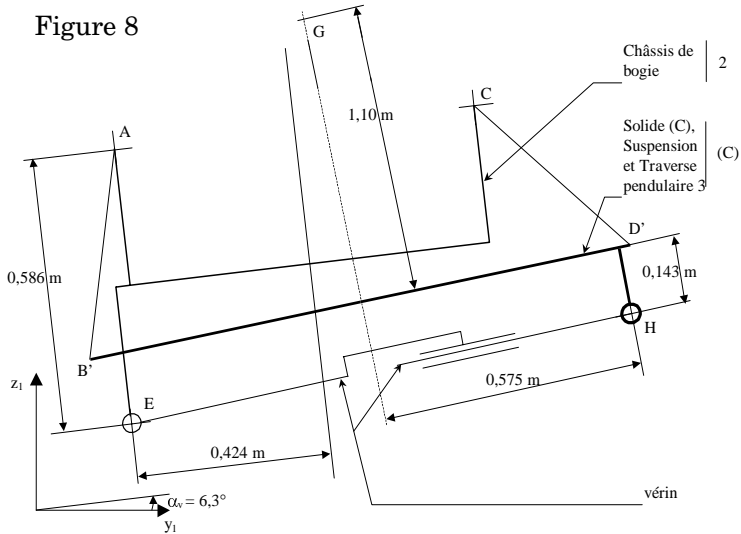
- l'action centrifuge sur le solide (C). À travers l'application numérique de l'étude dynamique, effectuée en Q.14, on peut montrer qu'il est raisonnable de modéliser cette action par un glisseur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{Q}_{y_1;0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G ; Q = 156000 \text{ N} ;$$

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Les hypothèses retenues permettent de se placer dans le cadre d'un problème plan, le plan  $(O_2; \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

Figure 8



**Q.18** - Répondre sur le document réponse donné en annexe.

Soit  $G : \left\{ \begin{matrix} \vec{G} \\ G; 0 \end{matrix} \right\}_G$  l'action résultante de l'action de la pesanteur et de l'action centrifuge.  $G$  est un glisseur, tracer son support, représenter  $\vec{G}$  et déterminer graphiquement  $\|\vec{G}\|$  (donner un résultat en N). Prendre comme échelle des forces : 1 cm pour 50000 N .

À l'aide du dessin, calculer le moment de  $G$  en  $I_{32}$  et en projection sur  $\vec{x}_1$  :  $\vec{M}_{I_{32}} \cdot \vec{x}_1$ .

**Q.19** - Quel est l'intérêt de ce choix de la position relative de  $I_{32}$  par rapport à  $G$  ?

**Q.20** - L'action résultante des deux actions exercées par les biellettes  $L_1$  et  $L_2$  sur la traverse pendulaire est modélisable par un glisseur  $K : \left\{ \begin{matrix} \vec{K} \\ K; 0 \end{matrix} \right\}_K$ . Indiquer la position d'un point  $K$  de l'axe central de ce glisseur. Justifier brièvement sans aucun calcul.

**Q.21** - Quel est le support de l'action de la tige du vérin sur la traverse pendulaire ? Justifier brièvement.

**Q.22** - Sur le document réponse effectuer graphiquement l'étude de l'équilibre du solide (C) dans  $R_1$ , en prenant comme échelle des forces : 1 cm pour 50000 N . En déduire l'intensité de l'action du vérin sur la traverse pendulaire.

### ÉTUDE DE L'ASSERVISSEMENT EN ROULIS D'UNE VOITURE PENDULÉE

Les actionneurs utilisés dans les systèmes de pendulation active sont des vérins hydrauliques, pneumatiques ou électromécaniques. L'étude suivante correspond à la solution du vérin hydraulique unique double effet piloté par une servo-valve.

Le but de l'étude est donc l'asservissement en position angulaire de l'ensemble {traverse pendulaire, caisse de la voiture}. La consigne de position angulaire à obtenir est calculée à partir d'informations provenant de capteurs (accéléromètres...) implantés sur les différentes voitures du train. La gestion de ces informations n'est pas abordée dans l'étude proposée.

Le modèle retenu correspond à l'étude préliminaire du système qui devra être réalisée sur un banc d'essai fixe.

#### Partie I

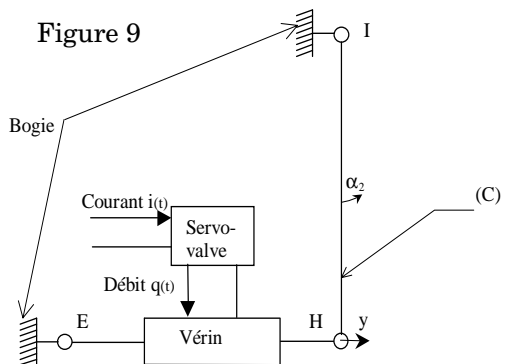
La Figure 9 représente le schéma de principe retenu pour l'installation.

La charge à déplacer est la caisse de la voiture pendulée qui est modélisée par un solide (C). Ce solide (C) est en liaison pivot d'axe  $(I, \vec{x})$  avec le bogie fixe du banc d'essai.

La servo-valve est un organe commandé par un courant  $i(t)$  et permettant d'obtenir un débit d'huile  $q(t)$  proportionnel au courant d'alimentation.

Ce débit  $q(t)$  correspond à l'alimentation d'un vérin double effet (actionneur du système).

Le vérin développe une force  $F(t)$  qui va permettre de mettre en rotation la charge (C).



Un capteur de position permet de connaître la position  $y$  de la tige du vérin par rapport au corps de vérin.

Un correcteur permet d'élaborer une tension de commande  $u(t)$  qui, via un convertisseur tension-courant, génère le courant  $i(t)$  qui alimente la servo-valve.

On notera :

- $y$  la position de la tige du vérin,
- $\alpha_2$  la position angulaire du solide (C) (pour  $y = 0$  et  $\alpha_2 = 0$  on a  $IH \perp EH$ )  
 $IH = R$ .

Hypothèse :  $y$  et  $\alpha_2$  étant petits, on considère  $y = R\alpha_2$ . L'étude de l'asservissement en position angulaire du solide (C) revient donc à l'étude de l'asservissement en position de la tige de vérin.

**Q.23** - Donner le schéma bloc permettant de décrire le dispositif d'asservissement de la position  $y$  de la tige de vérin à la position de consigne  $y_c$ . Pour cette question, l'huile circulant dans le vérin pourra être assimilée à un fluide incompressible ou compressible. Préciser uniquement les noms des composants de chaque bloc ainsi que les grandeurs physiques intermédiaires et leurs unités.  $\alpha_2$  et  $R$  n'interviennent pas à ce niveau.

### Partie II

La modélisation du comportement du vérin et de sa charge sera menée à partir des éléments suivants :

- le débit  $q(t)$  délivré par la servo-valve et entrant dans le vérin est relié à la pression  $\sigma(t)$  existant dans le vérin par la relation :

$$q(t) = 2S \frac{dy}{dt} + \frac{V_0 d\sigma}{b dt}$$

$S$  : section du vérin

$\sigma$  : pression utile dans le vérin

$V_0$  : demi volume du vérin

$b$  compressibilité de l'huile

$y$  : position de la tige de vérin

- la charge est constituée du solide (C) qui admet  $J$  comme moment d'inertie par rapport à l'axe ( $I, \vec{x}$ ) ;
- le moment de rappel appliqué à (C) et introduit par l'étude mécanique sera modélisée par un couple de moment  $-\mu\alpha_2\vec{x}$ .

Le mouvement  $\alpha_2(t)$  du solide C est déterminé par la relation :

$$J \frac{d^2 \alpha_2}{dt^2} = F \cdot R - \mu \alpha_2.$$

On note :

$$V(p) = L[v(t)] \text{ la transformée de Laplace de } v(t) = \frac{dy(t)}{dt},$$

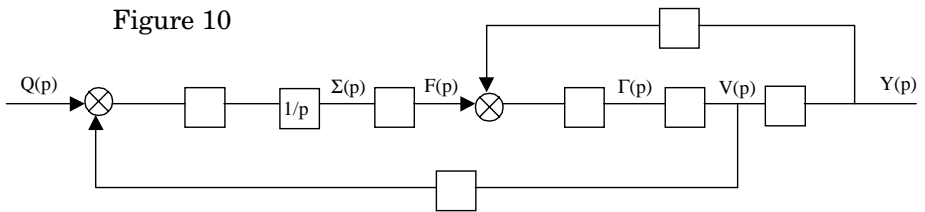
$$\Gamma(p) = L\left[\frac{dv(t)}{dt}\right] \text{ la transformée de Laplace de } \frac{dv(t)}{dt},$$

$$Q(p) = L[q(t)] \text{ la transformée de Laplace de } q(t),$$

$$\Sigma(p) = L[\sigma(t)] \text{ la transformée de Laplace de } \sigma(t).$$

**Q.24** - Reproduire et compléter le schéma bloc de la figure 10 représentant les équations de comportement du vérin. Ce schéma admet  $Q(p)$  comme entrée et  $Y(p)$  comme sortie. (Préciser la transmittance de chaque bloc ainsi que les signes des entrées des comparateurs).

$$\text{On notera } k = \frac{\mu}{R^2} \text{ et } M = \frac{J}{R^2}.$$



**Q.25** - Déterminer la fonction de transfert entre la position de la tige du vérin et le débit d'huile entrant dans le vérin :

$$H_1(p) = \frac{Y(p)}{Q(p)} \text{ en fonction de } b, k, M, S \text{ et } V_o.$$

Discuter la stabilité du système représenté par cette fonction de transfert.

### Partie III

Le contrôle de l'amortissement du vérin peut être abordé en mettant en œuvre une des deux solutions suivantes :

#### • Première solution

Un débit de fuite réglable est créé entre les deux chambres du vérin. Le débit réel utile entrant dans le vérin est alors  $q(t) - \lambda \cdot \sigma(t)$  (avec  $q(t)$  = débit sortant de la servo-valve).

**Q.26** - Indiquer la modification à apporter au schéma bloc demandé à la question Q.24. (Porter, dans une couleur différente, cette modification sur le schéma que vous avez tracé pour répondre à la question Q.24).

**Q.27** - Déterminer la nouvelle fonction de transfert  $H_2(p) = \frac{Y(p)}{Q(p)}$ .

Discuter la stabilité du système représenté par cette fonction de transfert. Donner un inconvénient majeur de cette solution.

• **Deuxième solution**

La solution du débit de fuite n'est pas retenue. On envisage une architecture composée d'une boucle de vitesse et d'une boucle de position. Le système peut alors se ramener au schéma bloc de la figure 11.

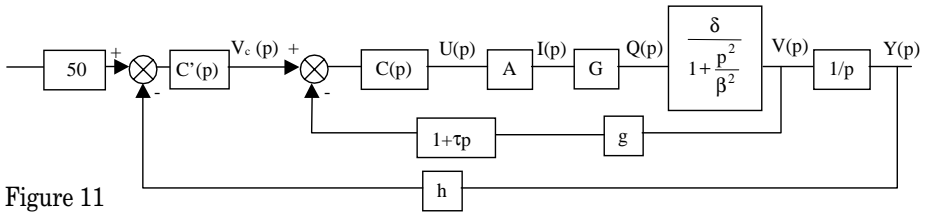


Figure 11

**Q.28** - On s'intéresse à la correction de la boucle de vitesse. Le schéma ci-dessus montre que cette correction est réalisée par l'ensemble constitué d'un correcteur proportionnel  $C(p) = \gamma$  et d'un terme  $1 + \tau p$  placé en aval du capteur de vitesse. Déterminer la fonction de transfert :

$$H_3(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$$

Présenter  $H_3(p)$  sous la forme littérale canonique :  $\frac{a_0}{1 + b_1 p + b_2 p^2}$ .

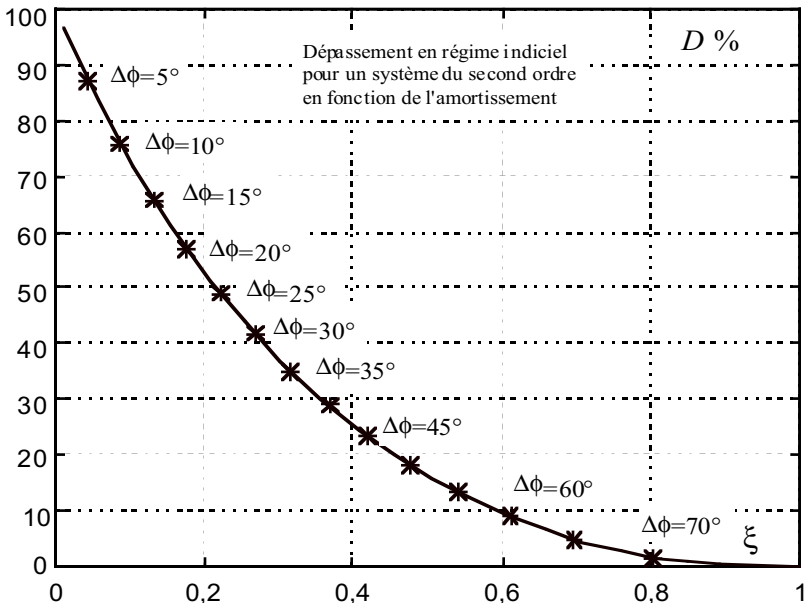
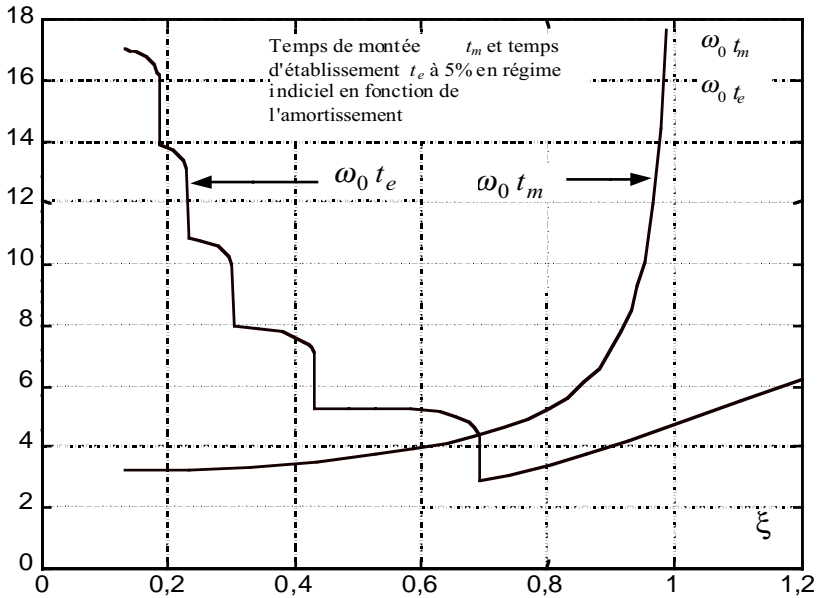
Discuter la stabilité du système représenté par cette fonction de transfert.

Les valeurs numériques suivantes seront utilisées pour répondre à la suite de cette question :

$$A \cdot G = \frac{1}{300} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} ; g = 10 \text{V} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} ; \delta = 28,1 \text{m}^{-2} ; \beta = 77 \text{rd} \cdot \text{s}^{-1}$$

En utilisant les abaques donnés sur la figure 12, déterminer numériquement  $\gamma$  et  $\tau$  pour respecter un dépassement de 10% par rapport au régime permanent et un temps d'établissement à 5% de 0,017 s dans la boucle de vitesse. Les abaques correspondent à un système du second ordre décrit par sa fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$



## Partie IV

Un ensemble servo-valve et vérin associé à une structure de correction interne a été retenu. L'architecture est représentée par la figure ci-dessous :

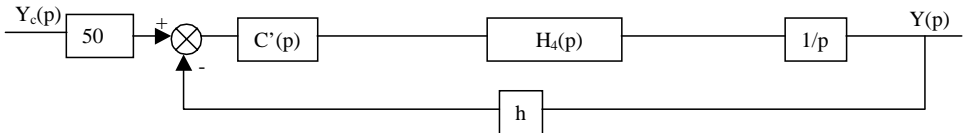


Figure 13

La position  $y$  de la tige du vérin est mesurée par un capteur de gain  $h = 50 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ .

La boucle de position est corrigée par un correcteur proportionnel  $C'(p)$  de gain  $v$ .

La fonction de transfert  $H_4(p)$  est représentée par les diagrammes de Bode (module et phase) donnés sur le document réponse.

**Q.29** - Déterminer la valeur du gain  $v$  du correcteur  $C'(p)$  permettant d'assurer une marge de phase de  $60^\circ$  de l'asservissement en position. (Vous justifierez votre réponse en indiquant, sur les courbes de Bode du document réponse 29, les valeurs utilisées et en indiquant, sur votre copie, l'utilisation faite de ces valeurs).

Déterminer l'erreur en régime permanent du système, en réponse à une consigne en échelon unitaire.

---

••• FIN •••

---