

# SCIENTES INDUSTRIELLES

## *Partie I : Analyse globale du produit*

Le centre d'usinage « METEOR » est commercialisé par la Société PSI/SCEMM qui est une filiale du groupe Peugeot-Citroën spécialisée dans la fabrication de machines de production destinées à l'industrie automobile.

Ce centre est conçu pour réaliser des pièces mécaniques par « Usinage à Grande Vitesse » (UGV), c'est-à-dire par enlèvement de matière au moyen d'un outil coupant avec une grande vitesse de coupe. La vitesse de coupe est la vitesse des points de l'arête de coupe de l'outil par rapport à un repère lié au bâti du centre d'usinage. Pour travailler dans des conditions optimales, elle doit être adaptée aux caractéristiques de

l'outil et de la pièce à usiner. Elle doit, par exemple, être de plus de 2000 m/min pour l'usinage des alliages d'aluminium avec des outils en diamant cristallin.

La surface usinée est l'enveloppe des positions successives de l'outil dans son mouvement par rapport à la pièce. La qualité de l'usinage dépend donc du comportement des différentes pièces et liaisons qui contribuent à la réalisation de ce mouvement relatif.

*L'objet de cette étude est l'analyse du comportement de la liaison entre l'axe sur lequel est installé le porte-outil et le bâti du centre d'usinage.*

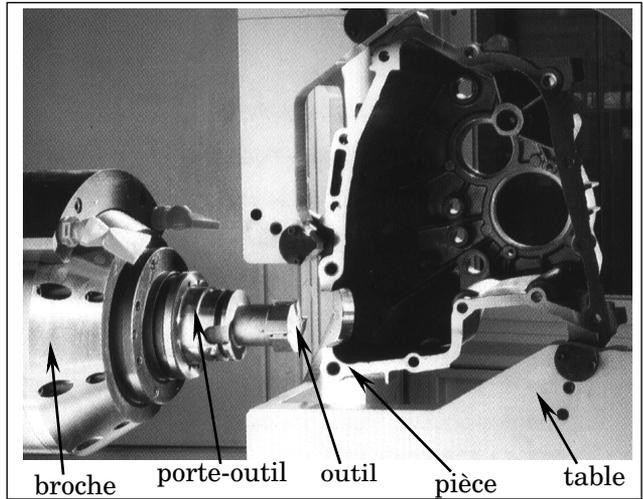


Le centre d'usinage METEOR 10

# Filière PSI

**Q.1** - Proposer un schéma qui traduise le besoin à satisfaire par le centre d'usinage. Qualifier ce besoin.

L'outil est en liaison fixe avec le porte-outil qui, lui-même, est en liaison fixe avec l'axe de la broche (figure 1). Cet axe est guidé en rotation dans un fourreau qui est en liaison fixe avec le bâti. La technologie retenue par le constructeur permet de proposer une gamme de taux de rotation de l'axe de broche qui s'étend jusqu'à 24000 tr/min.



On note  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère lié au bâti 0 du centre d'usinage et  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  un repère lié à l'axe de broche, déduit de  $R_0$  par une rotation d'amplitude  $\theta(t)$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ .

On appelle  $P$  le point de l'extrémité de l'arête de l'outil tel que  $\vec{OP} = c\vec{z}_0 + r\vec{x}_1$ .

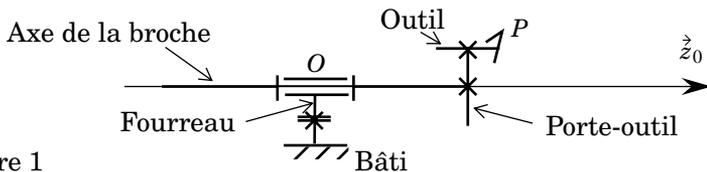


Figure 1

**Q.2** - Donner l'expression littérale de la vitesse du point  $P$  dans son mouvement par rapport au bâti, en fonction du taux de rotation de l'axe de la broche.

**Q.3** - Calculer le taux de rotation en tours par minute nécessaire à l'usinage d'une pièce en alliage d'aluminium avec un outil en diamant cristallin, monté sur un porte-outil tel que  $r = 10 \text{ mm}$ , pour lequel le constructeur préconise une vitesse de coupe de  $2000 \text{ m/min}$ .

Conclure quant à la capacité du centre METEOR à permettre cet usinage dans des conditions optimales.

**Q.4** - La pièce à usiner est en liaison fixe avec la table du centre d'usinage à laquelle on lie le repère  $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . La table est animée d'un mouvement de translation rectiligne uniforme d'axe  $(O, x_0)$  par rapport à  $R_0$ , appelé mouvement d'avance tel que  $\overrightarrow{OO_2} = vt\vec{x}_0$  avec  $v = 10 \text{ m/min}$ .

Proposer un schéma cinématique des différentes pièces et liaisons qui contribuent à la réalisation du mouvement de l'outil par rapport à la surface usinée.

Déterminer les coordonnées et la trajectoire du point  $P$  de l'outil dans son mouvement par rapport au repère  $R_2$ , exprimées dans  $R_2$ . En déduire l'expression de la vitesse du point  $P$  dans son mouvement par rapport à  $R_2$  notée  $\vec{V}(P/R_2)$ .

Tracer approximativement cette trajectoire, pour  $t$  compris entre 0 et 0,01 seconde et  $\dot{\theta} = 24000 \text{ tr/min}$ .

Proposer, en l'amplifiant, une coupe dans le plan  $(O, \vec{x}_2, \vec{z}_2)$  du profil de la surface réalisée.

Préciser l'influence, sur la qualité géométrique de la surface usinée, d'une réalisation de la liaison entre l'axe de la broche et le fourreau qui s'éloigne du modèle de pivot.

**Q.5** - L'action de la pièce sur l'outil peut être modélisée par le torseur :

$$\{\vec{T}(\text{pièce} \rightarrow \text{outil})\}_D = \left. \begin{array}{l} \vec{F}(\text{pièce} \rightarrow \text{outil}) = X_D \vec{x}_0 + Y_D \vec{y}_0 + Z_D \vec{z}_0 \\ \vec{M}(D, \text{pièce} \rightarrow \text{outil}) = N_D \vec{z}_0 \end{array} \right\}_D$$

exprimé au point  $D$  tel que  $\overrightarrow{OD} = c\vec{z}_0$ .

En supposant que le rendement du système est égal à 1, donner l'expression littérale de la puissance des interefforts entre la pièce et l'outil, notée  $P_{(\text{pièce} \leftrightarrow \text{outil})}$ , lorsque la broche tourne au taux de rotation  $\dot{\theta}$ .

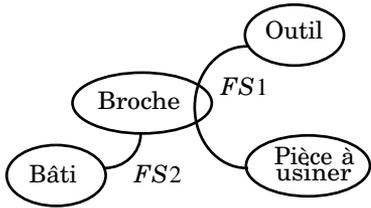
Calculer cette puissance pour :  $\dot{\theta} = 24000 \text{ tr/min}$ ,  $X_D = 500 \text{ N}$ ,  $Y_D = 1000 \text{ N}$ ,  $Z_D = 250 \text{ N}$  et  $N_D = -10 \text{ Nm}$ .

Préciser, en la justifiant, la puissance nécessaire au moteur installé dans la broche.

## Partie II : Analyse de l'électrobroche à roulements

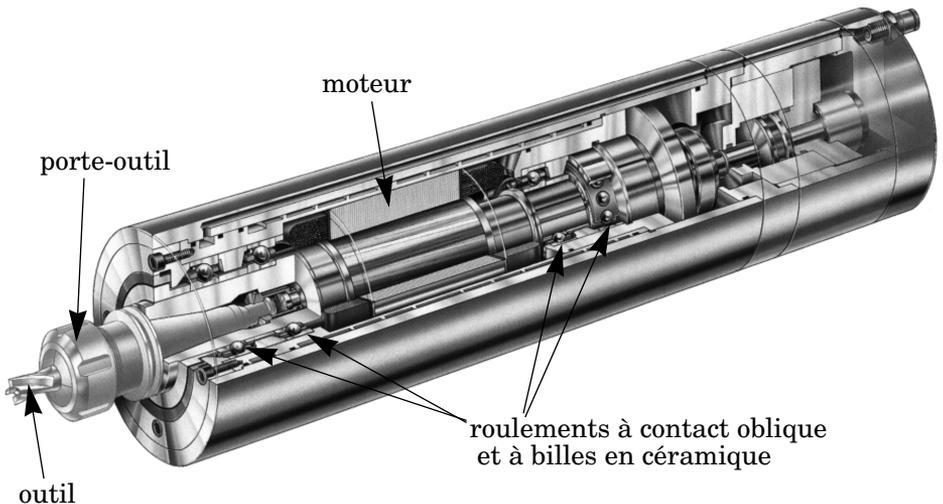
L'objet de cette partie est de déterminer la valeur de la raideur radiale de la solution à roulements installée dans l'électrobroche du centre d'usinage.

Une représentation partielle du diagramme des interacteurs permet d'identifier deux des fonctions de service de la phase d'usinage.



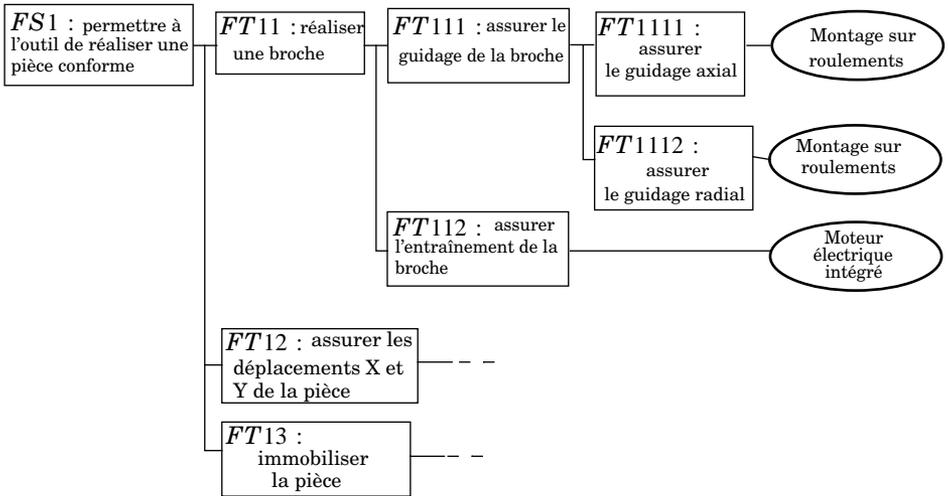
	Fonction de service	Critère	Valeur
<b>FS1</b>	Permettre à l'outil de réaliser une pièce conforme	précision	0,03 mm
<b>FS2</b>	Etre positionnée par le bâti	coaxialité	0,01 mm

Une représentation de l'électrobroche du centre « METEOR » est donnée ci-dessous :

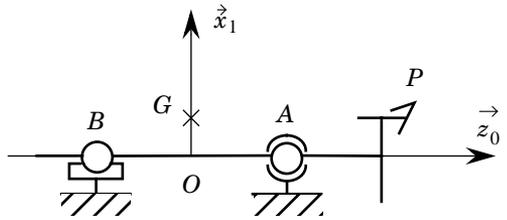


**Q.6** - Proposer une justification au choix du matériau des billes et du type de roulements retenu par le constructeur.

Une analyse structurelle partielle permet d'identifier les choix technologiques qui contribuent à la satisfaction des fonctions techniques :



**Q.7** - Le montage de l'axe de l'électrobroche peut être modélisé par deux liaisons en parallèle. La broche constituée de l'axe, du porte-outil et de l'outil a été équilibrée expérimentalement. Compte tenu des conditions de réalisation de cet équilibrage, il subsiste un défaut d'équilibrage statique que l'on peut modéliser par une distance  $\lambda$  du centre de masse  $G$  par rapport à l'axe de rotation  $(O, \vec{z}_0)$  telle que  $\vec{OG} = \lambda \vec{x}_1$ . L'équilibrage dynamique est considéré comme parfait. On note  $M$  la masse de la broche,  $\vec{OA} = L \vec{z}_0$ ,  $\vec{OB} = -L \vec{z}_0$  et on néglige les effets de la pesanteur.

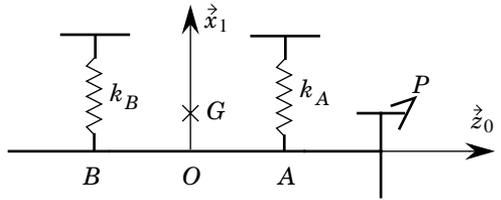


Exprimer le torseur dynamique galiléen sur la broche au point G, lors d'un mouvement de rotation uniforme.

En déduire l'expression des actions de la broche sur les paliers A et B.

Calculer ces actions avec  $M = 100 \text{ kg}$ ,  $\dot{\theta} = 24000 \text{ tr/min}$ ,  $L = 200 \text{ mm}$  et  $\lambda = 0,01 \text{ mm}$ .

**Q.8** - Les liaisons sont réalisées par des roulements qui peuvent, compte tenu de la symétrie de révolution, être modélisés dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{z}_0)$  par des ressorts de raideur respectivement  $k_A$  et  $k_B$  comme ci-contre :



Donner l'expression du déplacement radial du point  $P$  par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  dû à la seule rotation de la broche.

Calculer le déplacement maximal pour un taux de rotation de 24000 tr/min en retenant  $k_A = k_B = 2 \cdot 10^5$  N/mm et  $L = c = 200$  mm .

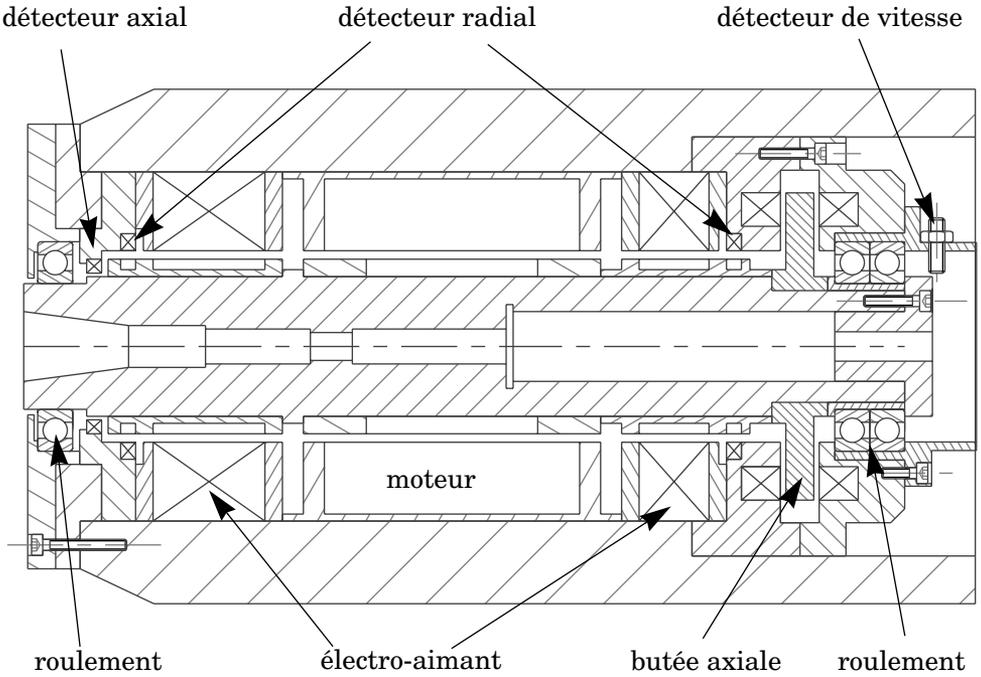
Conclure quant à la satisfaction de la fonction technique :

	Fonction technique	Critère	Valeur
FT1112	Assurer le guidage radial	Raideur	$> 2 \cdot 10^8$ N/m
		Déplacement de la pointe de l'outil hors usinage	$< 2 \cdot 10^{-2}$ mm

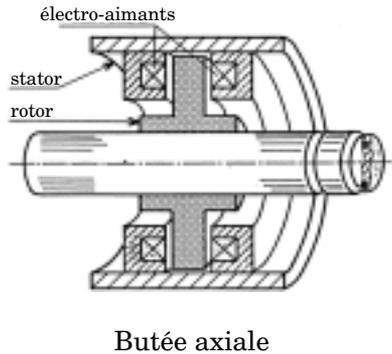
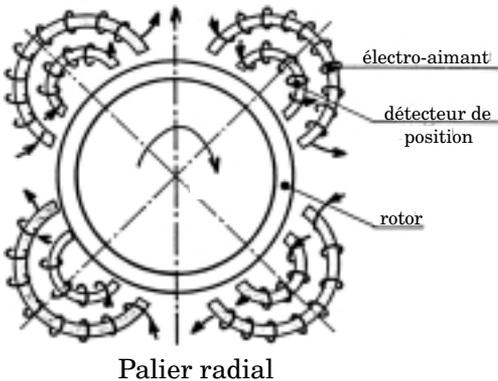
### ***Partie III : Analyse de l'électrobroche à paliers magnétiques***

*L'objet de cette partie est de quantifier la raideur de la liaison par une analyse de l'asservissement. Il s'agira ensuite de comparer cette raideur à la raideur de l'électrobroche à roulements.*

Pour augmenter les fréquences de rotation de la broche, il est nécessaire de supprimer les contacts mécaniques entre les pièces en mouvement relatif. Une des solutions consiste à remplacer les paliers à roulements par des paliers magnétiques actifs. L'ensemble tournant (rotor) est maintenu en position par les forces générées par des champs magnétiques créés par des électro-aimants placés judicieusement dans la partie fixe (stator) :

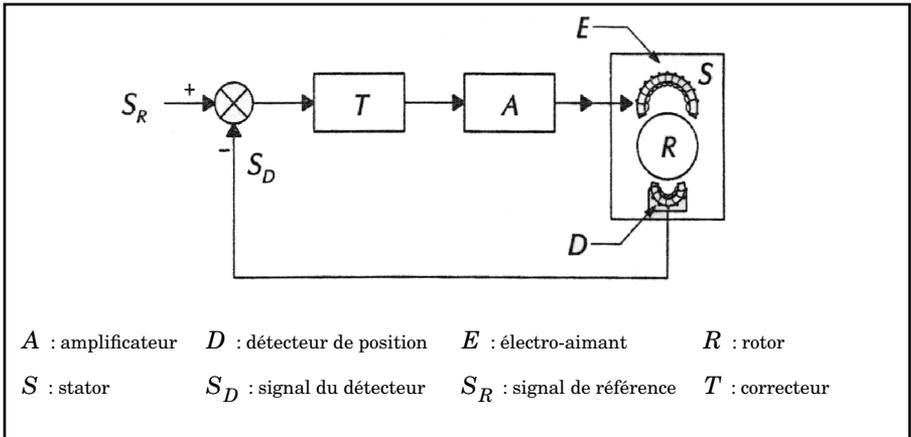


Le rotor se trouve en équilibre sans contact mécanique avec le stator. Sa position est mesurée au moyen de capteurs qui appréhendent en permanence les déplacements par rapport à une position nominale.

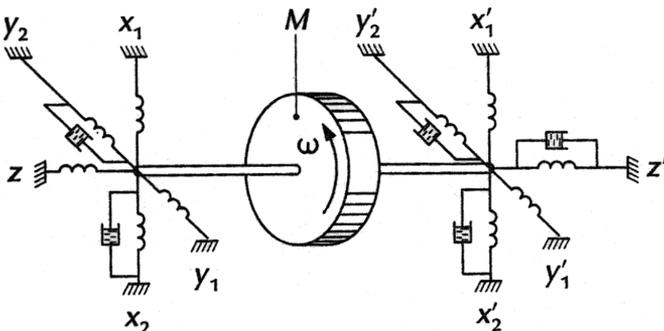


**Q.9** - Expliciter, au moyen d'un schéma FAST, la réalisation par l'électrobroche à paliers magnétiques, de la fonction "réaliser une broche".

Les forces électromagnétiques mises en jeu sont commandées en courant. Une boucle d'asservissement pilote les courants dans les électro-aimants de telle sorte que les forces électromagnétiques maintiennent le rotor à sa position nominale. L'ensemble se comporte comme une suspension magnétique.



Le modèle mécanique retenu, représentatif du comportement du palier, est donné ci-dessous :



## Analyse d'un degré de liberté :

En se limitant à l'axe  $(X_1, X_2)$ , il est possible de retenir un modèle mécanique qui contienne un intégrateur pour augmenter la raideur dans les basses fréquences.

**Q.10** - L'action générée par l'électro-aimant sur l'axe de la broche peut alors être modélisée dans le domaine de Laplace par :

$$\tau(p) = \frac{b}{p}X(p) + K_0X(p) + apX(p) + Mp^2X(p), \text{ avec}$$

$X(p)$  : le déplacement du rotor,

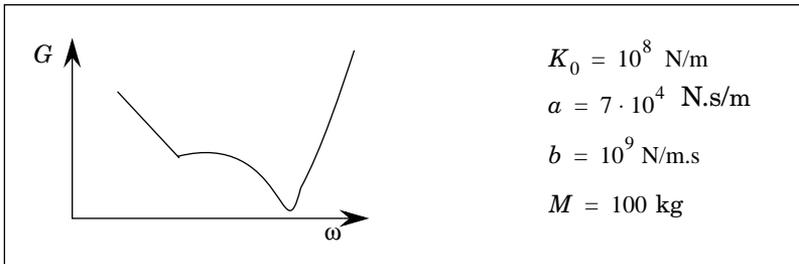
$b$  : le gain de l'intégrateur,

$a$  : le coefficient de frottement visqueux,

$M$  : la masse du rotor.

Donner la fonction de transfert de la raideur du système.

Pour le jeu des valeurs précisé, l'allure du diagramme de Bode en gain de la raideur est donnée sur la figure ci-dessous :



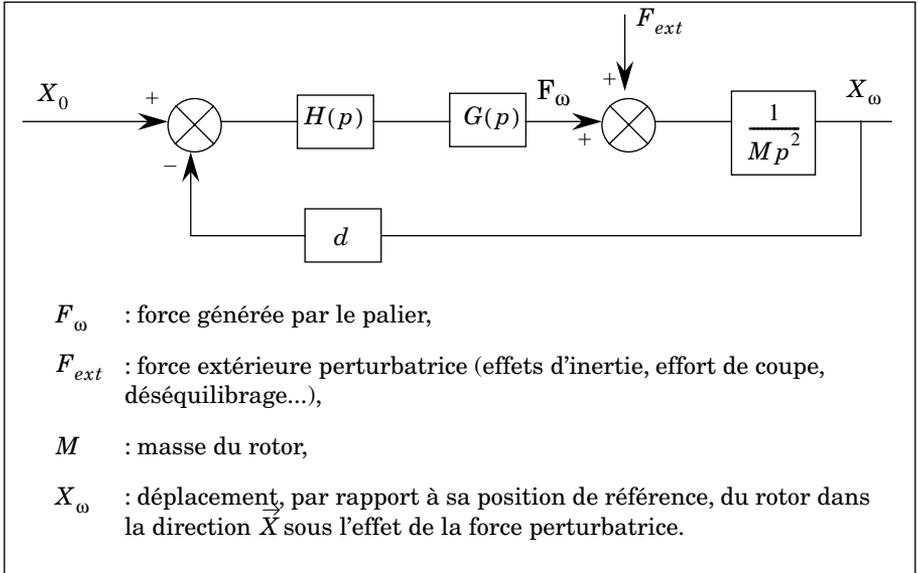
Calculer le gain de la raideur pour un taux de rotation de 100 rad/s.

**Q.11** - La boucle principale d'asservissement se compose :

- d'un capteur de position transformant le déplacement du mobile en une grandeur électrique (volt/mètre). On suppose que cette mesure est linéaire dans la bande passante de l'asservissement et que le gain du capteur est égal à  $d$  (volt/mètre),
- d'un correcteur dont la fonction de transfert est notée  $H(p)$ ,
- d'un élément fonctionnel permettant de linéariser la chaîne de génération de force dans l'entrefer dont la fonction de transfert est notée  $G(p)$ .
- d'un générateur de courant permettant de fournir le courant à la bobine de l'électro-aimant.

On suppose que l'ensemble linéarisateur, générateur de courant et électro-aimant a un comportement linéaire.

Dans le cas de petits déplacements  $X_\omega$  du mobile ( $X_0$  étant la consigne d'entrefer en volt/mètre), le modèle de l'asservissement est donné par le schéma bloc ci-dessous :



Montrer qu'en boucle fermée l'expression formelle de la raideur

$$K_f = \frac{F_{ext}}{X_\omega} \text{ est de la forme } K_f = K(p) + Mp^2.$$

Donner l'expression de  $K(p)$  en fonction de  $d$ ,  $H(p)$  et  $G(p)$ .

**Q.12** - Les gains de  $d$  et  $G(p)$  seront pris égaux à 1 pour toutes les pulsations et la fonction de transfert  $H(p)$  du correcteur retenu est de la forme :

$$H(p) = K_0 \frac{(1 + \tau_3 p)(1 + \tau_2 p)\tau_1}{(1 + \tau_4 p)^2 (1 + \tau_1 p)\tau_2} \text{ avec : } \tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \tau_4.$$

On souhaite déterminer les différentes constantes de temps pour satisfaire aux contraintes suivantes :

- la déformation du palier sous l'effet d'une charge radiale de 200 N doit être inférieure à  $1\mu\text{m}$ ,
- la raideur aux faibles taux de rotation ( $0 < \omega < 10$  rad/s) sera 10 fois supérieure à la raideur minimale,
- la raideur minimale sera maintenue constante pour les taux de rotation compris entre 100 et 1000 rad/s,
- la raideur maximale pour les taux de rotation élevés sera atteinte pour  $\omega = 10000$  rad/s.

On étudie dans un premier temps une gamme de fréquences pour laquelle la raideur peut être approximée à la raideur  $K(p)$ .

En analysant successivement le comportement de  $H(p)$  dans les différentes bandes de fréquences, donner sur la feuille de réponse préimprimée, l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques du gain et de la phase de  $H(p)$ .

Donner les valeurs de  $K_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$ ,  $\tau_4$ .

**Q.13** - En reprenant le diagramme du gain de la question 12, tracer sur la feuille de réponse préimprimée les évolutions de  $|Mp^2|$  pour  $p = j\omega$ .

Montrer que l'intersection entre les deux courbes intervient pour  $\omega$  tel que  $1000 < \omega < 10000$  rad/s.

En supposant que l'intersection correspond à  $\omega_i = 2000$  rad/s et en faisant l'approximation  $|K(p)| \gg |Mp^2|$  pour  $0 \leq \omega \leq \omega_i$  et  $|K(p)| \ll |Mp^2|$  pour  $\omega > \omega_i$ , tracer le diagramme asymptotique du gain  $K_f$ .

**Q.14** - Comparer la courbe de la raideur obtenue avec celle du modèle de palier mécanique étudié dans la question 10.

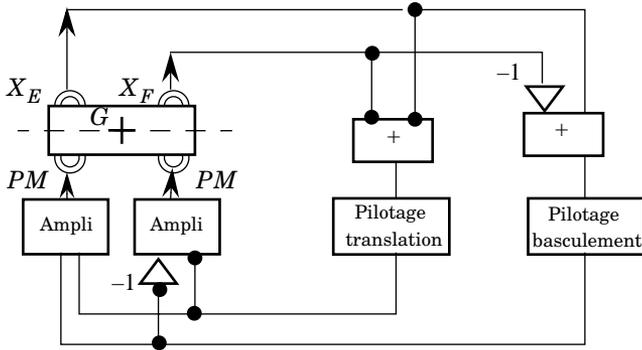
Conclure quant à l'aptitude d'un tel palier à supporter une broche tournant au taux de rotation calculé dans la question 3.

Conclure enfin sur la capacité d'une telle solution à satisfaire les caractéristiques précisées dans la fonction technique FT1112.

## Cas de plusieurs degrés de mobilité

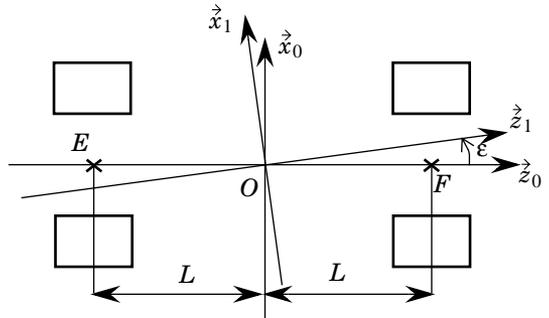
L'objet de cette étude est de déterminer les actions et les déplacements à produire pour chacun des paliers.

L'asservissement peut être fait axe par axe sur chaque palier, soit quatre boucles d'asservissement indépendantes.



**Q.15** - Le contrôle dans le plan  $(0, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$ , est réalisé en pilotant la translation et le basculement comme indiqué sur la figure précédente.

Le modèle retenu est donné ci-contre : les points  $E$  et  $F$  sont les centres géométriques respectifs des paliers magnétiques. Le basculement est caractérisé par  $\varepsilon = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$  avec  $\varepsilon$  petit. Le taux de rotation  $\dot{\theta}$  est supposé constant. Les détecteurs mesurent les déplacements  $X_E$  et  $X_F$  dans le repère  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen.



Pour un déplacement en translation  $h\vec{x}_0$  de  $G$ , centre de masse du rotor, préciser les consignes  $X_{DE}$  et  $X_{DF}$  à donner à chaque palier magnétique.

Pour un basculement autour de l'axe  $(O, \vec{y}_1)$  d'amplitude  $\varepsilon$ , préciser les consignes  $X_{DE}$  et  $X_{DF}$  à donner à chaque palier magnétique.

**Q.16** - Le rotor est modélisé par une tige de longueur  $2l$ , de diamètre négligeable, de centre de masse  $G$  et de masse  $M$ . Les actions de la pesanteur sont négligées.

En étudiant le mouvement de translation, déterminer l'équation différentielle en  $h$ . En déduire l'expression de la fréquence propre du réglage en translation  $\omega_T$  en fonction de  $M, l$ , et  $K_T$  la raideur en translation.

De même, en étudiant le mouvement de basculement, déterminer l'équation différentielle en  $\varepsilon$ . En déduire l'expression de la fréquence propre du réglage  $\omega_B$  en fonction de  $M, l$  et  $K_B$  la raideur en basculement.

Montrer qu'il est possible d'adopter la même fréquence propre  $\omega_0$  pour les deux réglages.

**Q.17** - On reprend maintenant la modélisation initiale dans laquelle  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  est un repère lié à l'axe de broche (rotor), déduit de  $R_0$  galiléen par une rotation d'amplitude  $\theta(t)$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  caractérisé par  $\dot{\Omega}(1/0) = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0$  avec  $\dot{\theta} = Cte$ .  $\vec{x}_0$  est la verticale ascendante.

• L'opérateur d'inertie du rotor est de la forme :

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(G, R_3)}$$

- Le repère  $R_3(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , lié également au rotor, est déduit de  $R_1$  par une rotation  $\psi$  autour de  $(O, \vec{y}_1)$  tel que  $\psi$  est l'angle entre l'axe de rotation et l'axe principal d'inertie. L'amplitude de  $\psi = (\vec{Oz}_1, \vec{Oz}_3)$  est supposée constante.
- Les points  $G$  et  $O$  sont confondus.
- Les actions extérieures sur le rotor, actions de pesanteur comprises mais sans les actions des paliers, sont modélisées par le torseur :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}(ext \rightarrow rot) = X_e \vec{x}_1 + Y_e \vec{y}_1 + Z_e \vec{z}_1 \\ \vec{M}(G, ext \rightarrow rot) = L_e \vec{x}_1 + M_e \vec{y}_1 + N_e \vec{z}_1 \end{array} \right\}_G$$

- Les actions des paliers en  $E$  et  $F$  sur le rotor sont modélisées par les torseurs :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}(palier \rightarrow rot) = X_1 \vec{x}_1 + Y_1 \vec{y}_1 \\ \vec{M}(E, palier \rightarrow rot) = \vec{0} \end{array} \right\}_E$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}(palier \rightarrow rot) = X_2 \vec{x}_1 + Y_2 \vec{y}_1 \\ \vec{M}(F, palier \rightarrow rot) = \vec{0} \end{array} \right\}_F$$

avec  $\vec{OE} = -L\vec{z}_0$  et  $\vec{OF} = L\vec{z}_0$ .

Déterminer le moment cinétique  $\vec{\delta}(O, rot/0)$  exprimé dans  $R_1$  en fonction de  $\psi$ .  
 Déterminer le moment dynamique  $\dot{\vec{\delta}}(O, rot/0)$  exprimé dans  $R_1$  en fonction de  $\psi$ .

Donner les expressions permettant de déterminer les grandeurs  $X_1, Y_1, X_2$ , et  $Y_2$ , puis les calculer avec les valeurs numériques suivantes :

$$L = 200 \text{ mm} , \quad C = 0,145 \text{ kg.m}^2 , \quad A = 1,314 \text{ kg.m}^2 , \quad \dot{\theta} = 24000 \text{ tr/min}$$

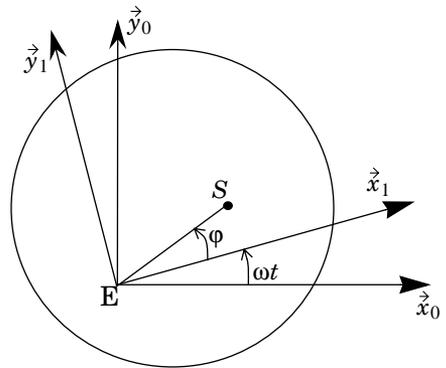
$$\psi = 0,00005 \text{ rad} , \quad X_e = -981 \text{ N} \quad \text{et} \quad Y_e = Z_e = L_e = M_e = N_e = 0$$

$$M = 100 \text{ kg}$$

Conclure sur la capacité d'une telle solution à permettre des taux de rotation beaucoup plus élevés.

### *Analyse de la solution par repère tournant :*

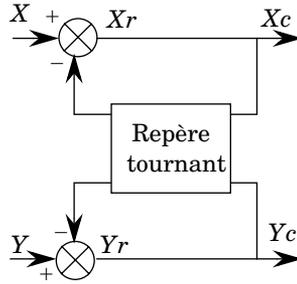
Avec un palier magnétique actif, il est possible de déplacer l'axe de rotation à l'intérieur de l'entrefer. Il est alors intéressant de faire coïncider l'axe de rotation avec l'axe principal d'inertie du rotor pour éliminer les actions générées par un défaut d'équilibrage. Pour réaliser cet asservissement il faut créer un signal de consigne sinusoïdal qui a pour module l'écart entre l'axe principal d'inertie et l'axe géométrique de rotation, synchrone avec la rotation du rotor.



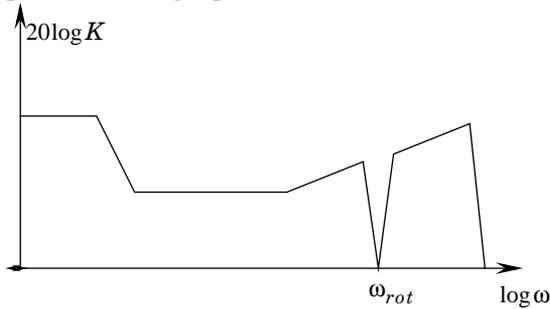
Soit un repère  $R_0(E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au stator et un repère  $R_1(E, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié au rotor. La consigne du déplacement du palier magnétique de centre géométrique  $E$ , est représentée par  $\vec{ES}$  et sa position par rapport à  $R_1$  est définie par l'angle  $\varphi$ .

Le repère tournant est réalisé selon le schéma ci-contre :

Les signaux synchrones avec la vitesse de rotation, notée  $\omega_{rot}$ , sont annulés car le repère élabore des signaux tels que  $X_c$  et  $Y_c$  sont nuls.



**Q.18** - En fait, il existe un couplage entre les différents axes d'asservissement qui modifie le graphe de la raideur comme indiqué ci-dessous :



Conclure quant à la pertinence de cette solution à satisfaire les caractéristiques attendues pour la broche. Proposer une utilisation du repère tournant.

**Q.19** - Le dessin de la broche sur paliers magnétiques indique que la broche est tout de même munie de roulements à billes.

Préciser la fonction technique réalisée par ces roulements.

Donner un ordre de grandeur du jeu interne de ces roulements.

---

••• FIN •••

---