

### **DOCUMENTS REMIS**

La présente notice comporte 16 pages et 17 annexes (dossier technique et documents réponses).

Les calculatrices sont autorisées.

### **MISE EN SITUATION**

Le système proposé est une bicyclette avec assistance au pédalage. Cette bicyclette n'est pas pour autant une bicyclette électrique car sans la puissance musculaire développée par le cycliste, il n'y a pas d'assistance électrique.

La société japonaise Yamaha propose un produit dont le principe repose sur l'utilisation d'une énergie d'appoint qui prend en charge une partie du travail à fournir lorsque le pédalage devient difficile (démarrage, montées, vent de face...).



**Yamaha XPC 26 équipé du système PAS**

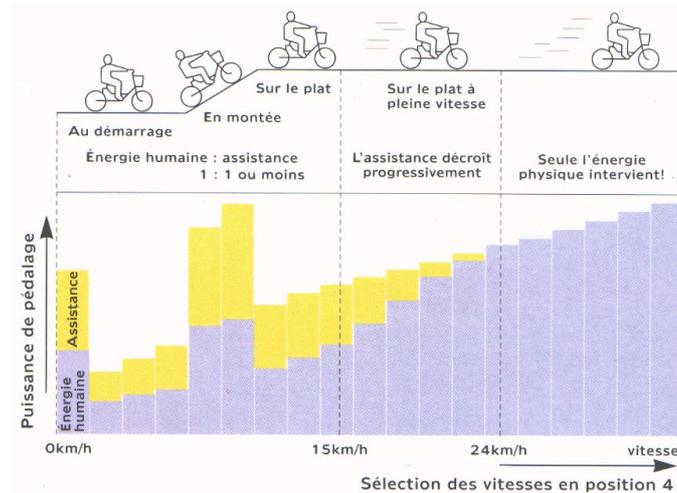
Le système d'aide au pédalage est un système commandé puisque son assistance dépend de :

- l'effort de pédalage ;
- la vitesse de la bicyclette.

La gestion de l'assistance obéit aux principes suivants :

- *jusqu'à 15 km/h*, le système fournit une puissance égale à celle générée par le cycliste ;
- *entre 15 et 24 km/h*, l'assistance décroît progressivement au fur et à mesure que la vitesse augmente ;
- *à partir de 24 km/h*, l'assistance est nulle et seule la puissance du cycliste est motrice.

Le graphique ci-dessous t extrait d'une brochure commerciale met en évidence la variation de l'assistance :



Ce nouveau concept de bicyclette utilise :

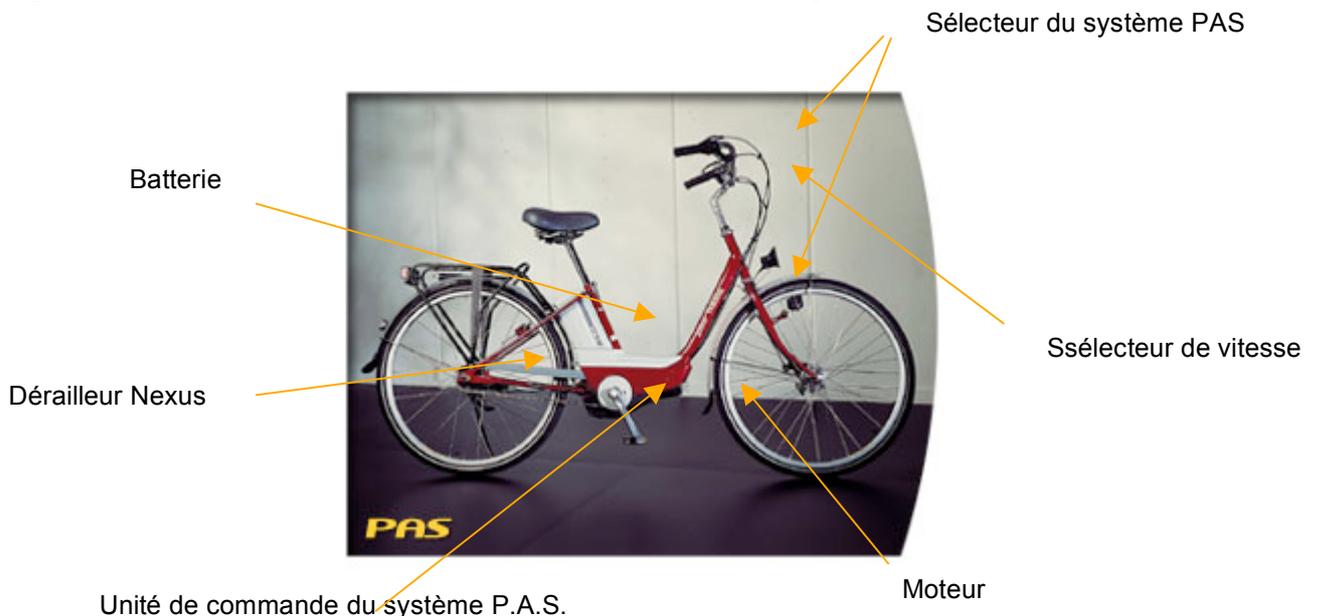
- Le système d'assistance électrique P.A.S. (Power Assist System) développé par la société Yamaha. Ce système, qui comporte un moteur à courant continu, est monté sur l'axe de pédalier. Un sélecteur trois positions (Off – On – Eco) monté sur le guidon de la bicyclette permet de désactiver ou non le système P.A.S..

*Le plan d'ensemble de la partie opérative est représenté sur le document DT1. Ce système est monté sur l'axe du pédalier.*

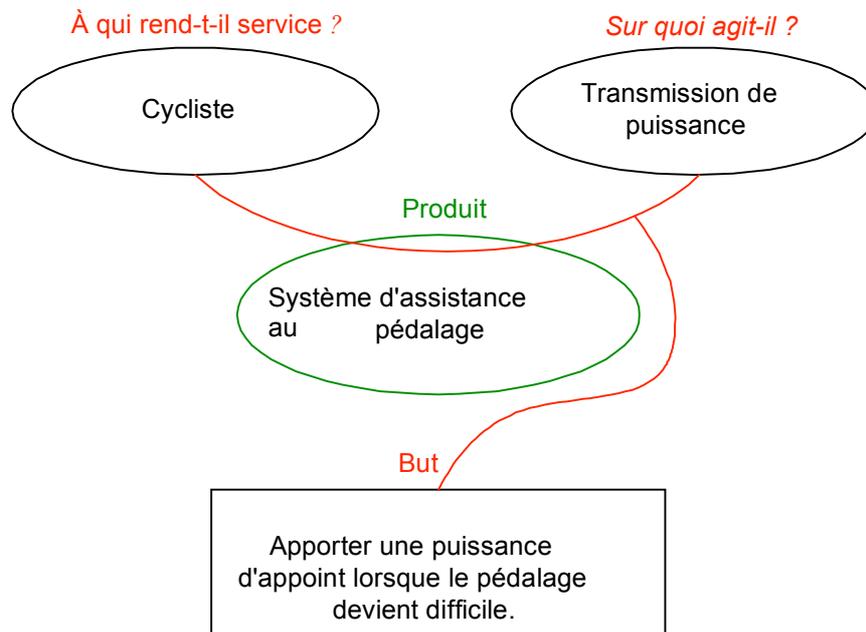
- Le dérailleur Nexus à trains épicycloïdaux et à frein intégré développé par la société Shimano. Ce dérailleur est situé dans le moyeu de la roue arrière. La sélection des vitesses pour le dérailleur Nexus est manuelle.

*L'étude de cet ensemble n'est pas envisagée dans ce sujet.*

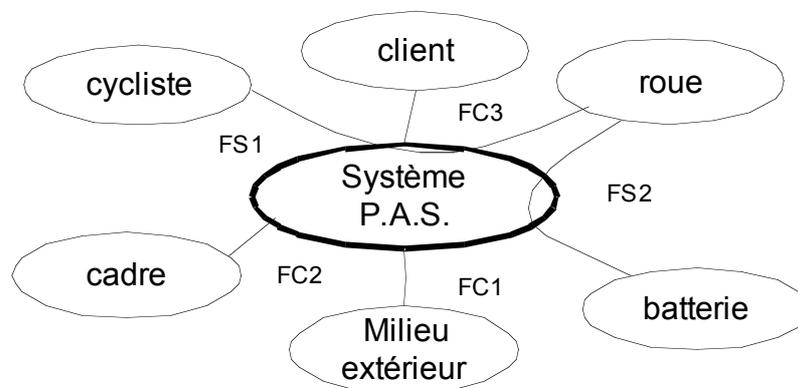
- Une batterie NiCd de 24 V et 5 Ah facilement escamotable pour être rechargée en quelques heures sur simple prise de courant. Un indicateur de charge est placé sur le guidon du vélo permettant de connaître le taux de charge disponible.



L'analyse fonctionnelle partielle du système P.A.S. du "vélo électrique" Yamaha XPC26 peut être représentée comme ci-dessous :



L'analyse des milieux extérieurs en phase assistance est représentée par le diagramme des inter acteurs ci-dessous :



*Fonctions de service et de contrainte :*

<b>FS1</b>	Transmettre la puissance du cycliste à la roue
<b>FS2</b>	Fournir une puissance d'appoint en fonction du couple de pédalage et de la vitesse
<b>FC1</b>	Résister à la corrosion et aux agressions du milieu extérieur.
<b>FC2</b>	S'adapter au cadre de la bicyclette.
<b>FC3</b>	Plaire au client

*De nombreux critères d'appréciation des fonctions de service sont définis par le cahier des charges. Tous ne seront pas validés dans ce sujet. On s'intéressera particulièrement aux fonctions de service FS1 et FS2 :*

<b>FS1: Transmettre la puissance du cycliste à la roue</b>	Capacité d'un cycliste peu entraîné Effort sur une pédale pour obtenir l'assistance Vitesse de croisière en fonction du relief	100 W en régime de croisière, 150 W maxi < 150 Newtons 10 km/h en pente de 2°/horizontale 15 km/h sur le plat
<b>FS2: Fournir une puissance d'appoint en fonction du couple de pédalage et de la vitesse</b>	Capacité moteur Loi d'assistance Autonomie sur terrain plat	235 W (24 Volts) Conforme à la réglementation 30 km minimum

À cette fin, les quatre parties du sujet permettront d'étudier respectivement :

1. les analyses fonctionnelle et structurelle ;
2. l'étude d'un modèle de simulation ;
3. la validation de la fonction de service **FS1** ;
4. la validation de la fonction de service **FS2**.

## I- Analyses fonctionnelle et structurelle

*L'objectif de cette partie est double. Il s'agit d'abord de compléter les analyses fonctionnelle et structurelle de la transmission de puissance mais aussi de développer l'analyse des deux fonctions techniques relatives à la gestion de l'assistance (mesures de la vitesse et du couple).*

### I-A Analyse fonctionnelle

**I.A.1** - À partir du dessin d'ensemble de la partie opérative du système **P.A.S. (DT1)** et en exploitant les informations données (présentation, dossier ressources,...), compléter les diagrammes FAST relatifs aux fonctions de service **FS1** et **FS2**.

On se reportera pour cela au document **DR1**.

On demande dans cette question de préciser les composants qui permettent la réalisation de ces fonctions.

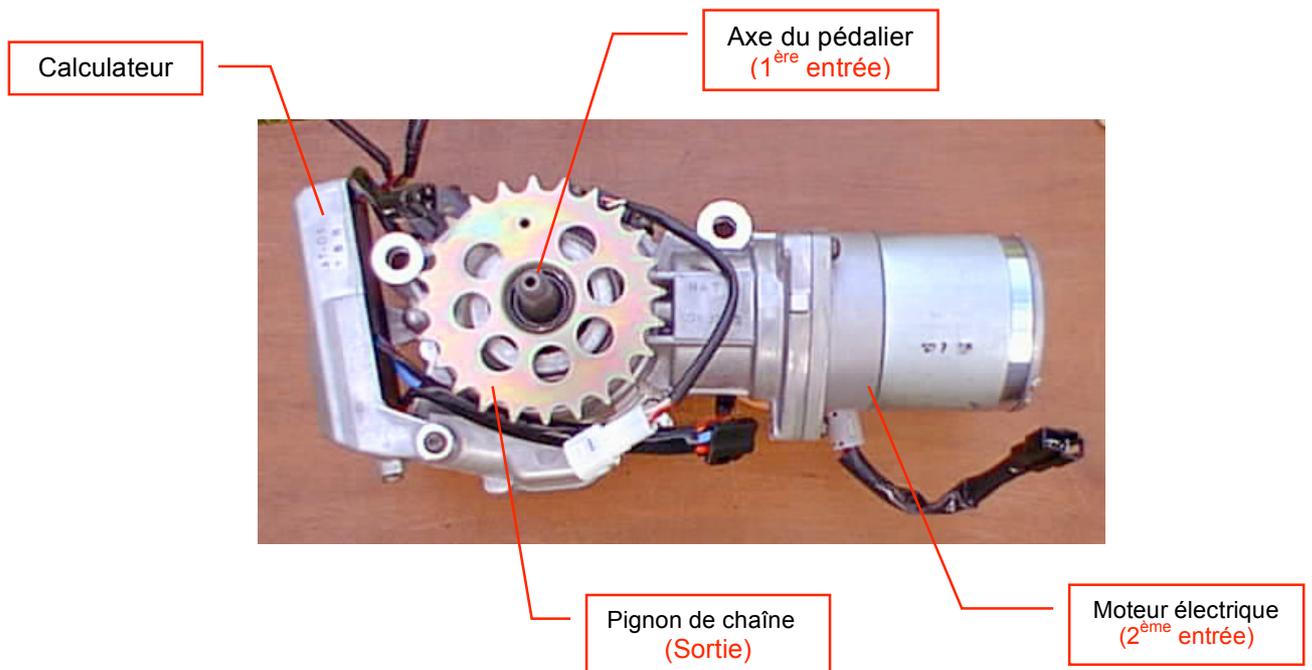
*N.B : les fonctions techniques de guidage ne sont pas abordées.*

### I.B Analyse de la structure de la transmission de la puissance

*N.B: Dans cette partie, on se reportera particulièrement, mais non exclusivement, au dessin d'ensemble et au document **DT2**.*

Le système d'assistance au pédalage comporte une transmission de puissance comportant deux entrées et une seule sortie.

- La puissance motrice du système est la somme de deux puissances :
  - la puissance musculaire développée par le cycliste sur l'axe du pédalier ;
  - la puissance électrique du moteur sur le rotor commandée par le calculateur.



- Rapports de la boîte de vitesse Nexus :

Rapport de transmission	Première vitesse	Deuxième vitesse	Troisième vitesse	Quatrième vitesse
$R_i = \frac{\omega_{\text{roue}} / 0}{\omega_{\text{nex}} / 0}$	1	0,80	0,66	0,54

- Le nombre de dents du pignon du système Nexus entraîné par la chaîne est  $z_{\text{nex}} = 22$ .

- Le rapport de la chaîne est  $\frac{\omega_{\text{nex}}}{\omega_{23}} = \frac{24}{22} = 1,09$ .

**I.B.1** - En utilisant les outils de communication technique de votre choix, distinguer les flux de puissance qui circulent dans le système "vélo électrique" en fonctionnement avec assistance.

**I.B.2** - Préciser les rôles respectifs de chacune des deux roues libres intervenant dans les chaînes cinématiques. Proposer une justification à la réalisation du train épicycloïdal "Planet Roller" par des roues de friction. De plus, préciser quel est le composant de la transmission de puissance sur lequel s'effectue la somme des puissances motrices.

### I.C Gestion de l'assistance

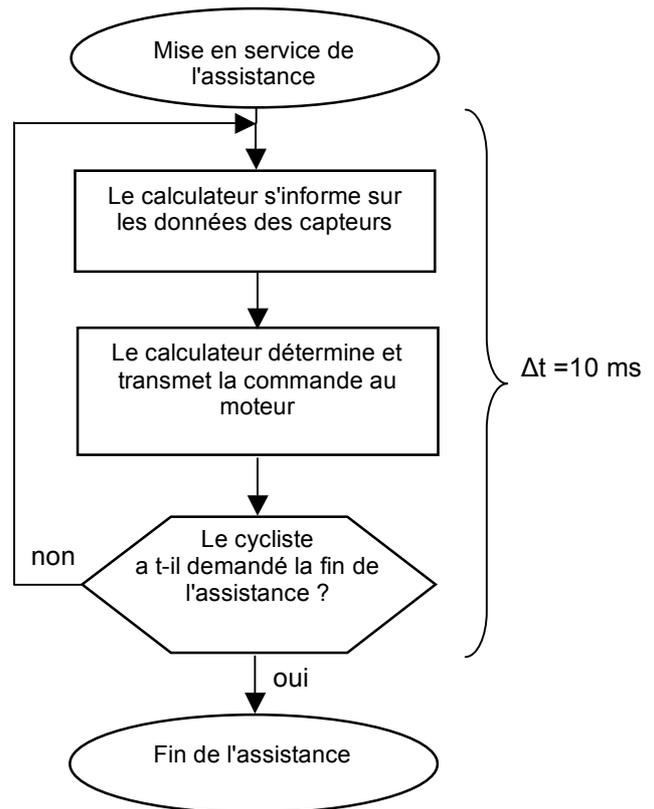
Le moteur électrique qui délivre la puissance d'appoint est commandé par le calculateur. Celui-ci transmet les consignes élaborées selon une loi préprogrammée précise en fonction de la puissance fournie par le cycliste (information collectée par l'intermédiaire de capteurs).

Ce mode de fonctionnement correspond au cycle défini ci-dessous :

Le temps de cycle est de 10 ms lorsque le cycliste ne demande pas la fin de l'assistance. La faible durée du temps de cycle permet au constructeur de ne pas envisager une commande asservie tout en conservant une précision suffisante sur l'assistance. Ainsi, le moteur est commandé en boucle ouverte sans boucle de retour d'information au calculateur.

Choix de la forme de la loi de commande en trois phases :

Pour respecter la législation sur le port du casque dans un certain nombre de pays, la vitesse du vélo en propulsion ne doit pas excéder 25 km/h. Le système de commande doit donc impérativement mettre hors tension le moteur d'assistance avant d'avoir atteint cette vitesse. Pour le confort de l'utilisateur, l'assistance doit s'interrompre de manière progressive.

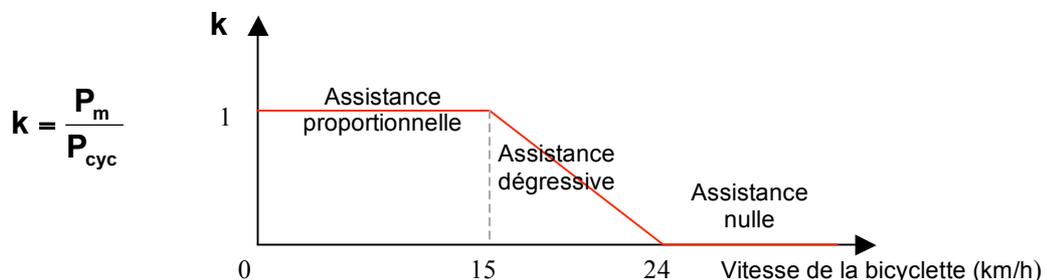


Ainsi l'assistance est décomposée en trois phases :

- la phase d'assistance proportionnelle (prise en charge par le moteur de la moitié de la puissance totale à fournir) ;
- la phase d'assistance dégressive (le taux de puissance prise en charge par le moteur d'assistance diminue pour devenir nul) ;
- la phase d'assistance nulle (seule la puissance fournie par le cycliste est motrice).

Loi de commande présentée par le constructeur :

Le constructeur présente la loi de commande en fonction de la vitesse de la bicyclette lorsque le sélecteur de vitesses est en position 4 (quatrième vitesse : voir DT4) comme suit :

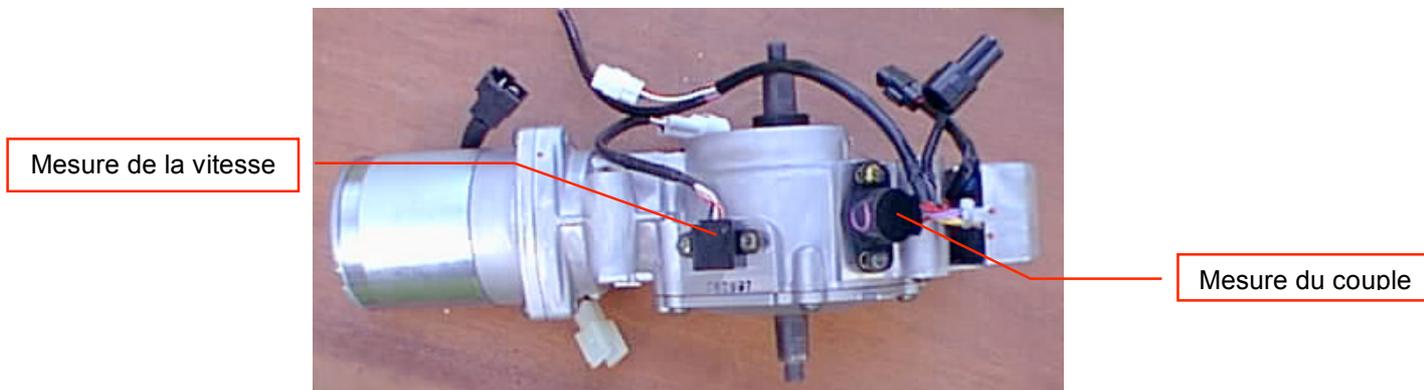


**I.C.1** - Exprimer la loi de commande **k** présentée ci-dessus en fonction de la vitesse de la couronne  $\omega_{23/0}$  (exprimée en tours par minute) et représenter l'évolution de cette loi.

## I.D Mesure des paramètres agissant sur la commande du système

Deux capteurs fournissent au calculateur les informations qui lui sont nécessaires :

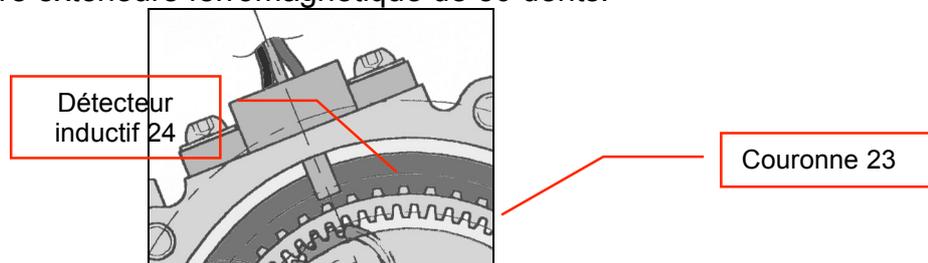
- mesure de la vitesse de pédalage ;
- mesure du couple de pédalage  $C_p$  exercé par le cycliste.



Système d'assistance avec pédales et pignon de chaîne démontés

### I.D-1. Mesure de la vitesse

L'élaboration de la loi de commande du moteur à courant continu par le calculateur nécessite une information en vitesse, celle-ci est déterminée par traitement des informations issues du détecteur **24**. La couronne **23**, outre sa denture intérieure, comporte une denture extérieure ferromagnétique de 50 dents.

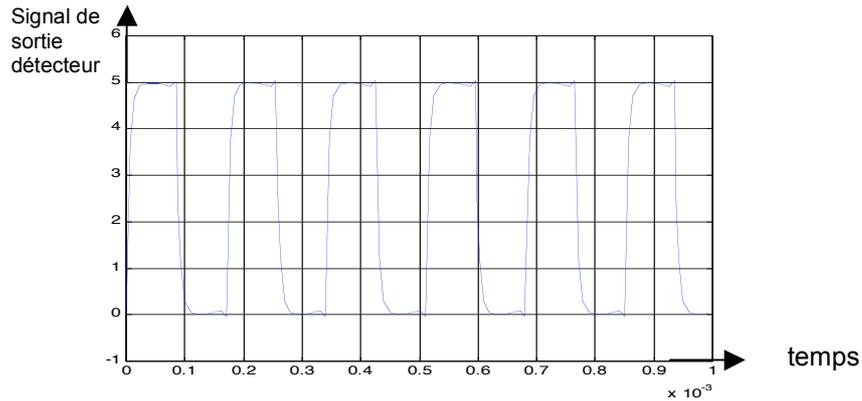


Le détecteur **24** est du type inductif, c'est-à-dire qu'il génère un champ électromagnétique à l'avant de sa surface sensible. Lors de l'entrée d'une dent dans le champ, une impulsion est retournée au calculateur. Sur une durée donnée  $\Delta t$ , le détecteur fourni au calculateur  $n$  impulsions.

**I.D-1.1** - Exprimer la pulsation angulaire  $\omega_{23/0}$  en fonction de  $n$ ,  $p$  et  $\Delta t$  où  $p$  représente le pas angulaire de la couronne **23**.

**I.D-1.2** - Préciser les avantages et les inconvénients d'une telle méthode de mesure de vitesse de rotation. Cette mesure de la vitesse de la couronne **23** prend-elle en compte la position du sélecteur de vitesse ? Ce choix est-il pertinent ?

Un essai expérimental réalisé à la vitesse constante de 21 km/h en 3<sup>ème</sup> vitesse a permis de relever le signal de sortie du détecteur **24**. Ce relevé est donné ci-dessous.



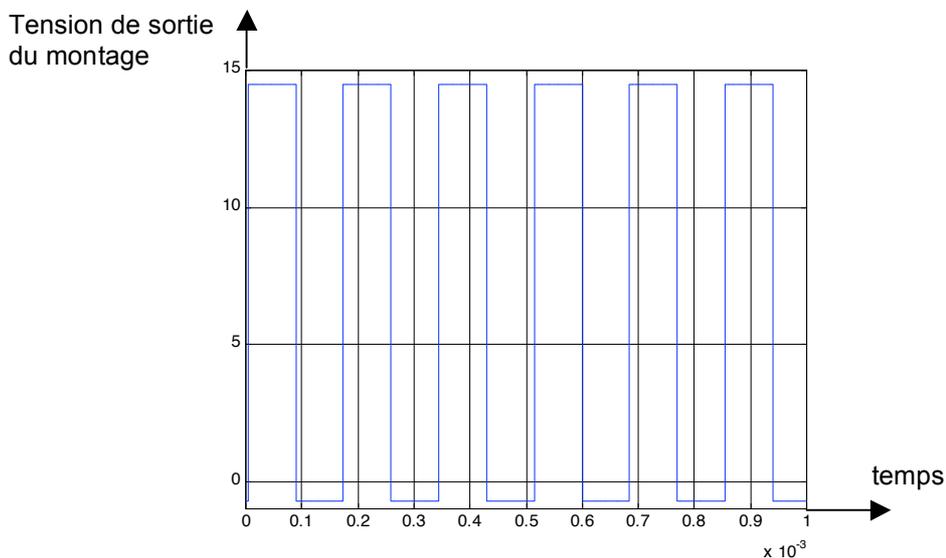
**I.D-1.3** - Commenter l'allure du signal en sortie du détecteur.

**I.D-1.4** - Ce signal issu du détecteur **24** n'est pas directement interprétable par le calculateur. Il doit subir une mise en forme de façon à obtenir un signal créneau de rapport cyclique proche de 0,5. Le montage électronique utilisé est défini sur le document **DT3**. Les résistances **R1** et **R2** ont pour valeur respective 10 kΩ et 300 kΩ et  $V_{sat} = 15$  V.

Déterminer le nom et le rôle des fonctions des montages 1 et 2.

**I.D-1.5** - Déterminer la loi d'entrée-sortie de ce montage. Vous préciserez les points remarquables de cette loi.

Un essai expérimental sur le système a permis de visualiser l'allure du signal en sortie du montage de mise en forme. Cette allure est fournie ci-dessous :



**I.D-1.6** - Commenter l'allure du signal. Justifier les différences par rapport au signal idéal.

### **I.D-2 Mesure du couple de pédalage**

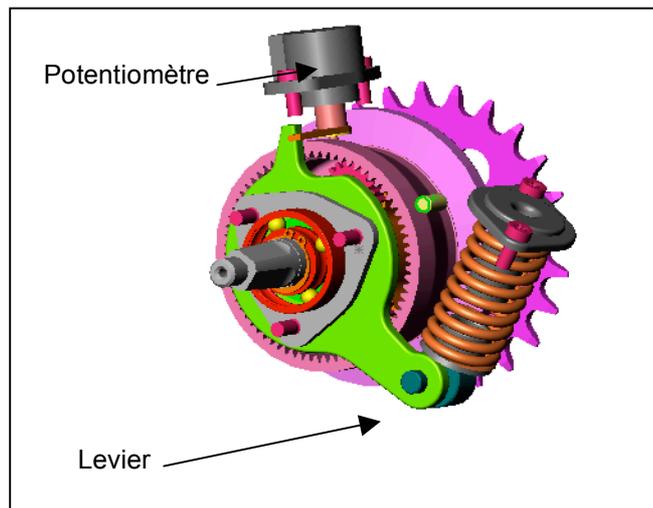
Le capteur de couple consiste en l'utilisation d'une transmission à train à planétaire

dont l'un des planétaires (solidaire de la came **16**), vient comprimer un ressort (voir **DT4** et **DT1**).

Lorsque le couple  $C_p$  exercé par le cycliste sur le pédalier **18** varie, le ressort se comprime (augmentation du couple) ou se détend (diminution du couple) et la came se déplace angulairement d'un angle  $\Delta\beta$ . Elle entraîne alors la rotation du variateur du potentiomètre d'un angle  $\Delta\theta$ .

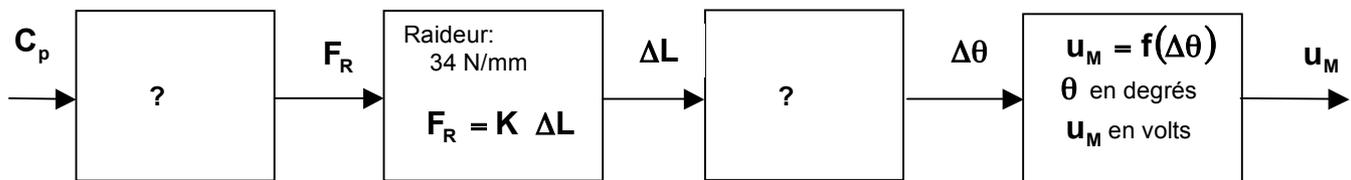
Le mécanisme de mesure du couple (de pédalage) représenté ci-contre permet de transformer une grandeur physique en une grandeur mesurable (signal électrique : tension à la sortie du potentiomètre).

La différence de potentiel aux bornes de celui-ci varie en fonction de sa position angulaire et donne ainsi au calculateur l'image du couple  $C_p$  exercé par le cycliste sur le pédalier **18**.



**Mécanisme de mesure de couple**

Pour être interprétable par la partie commande, l'information donnant la valeur du couple de pédalage  $C_p$  subit plusieurs transformations représentées par le schéma-blocs suivant :



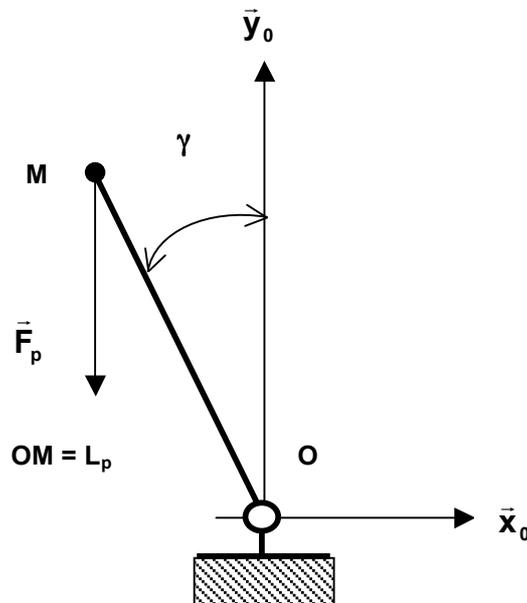
On souhaite dans cette partie établir le caractère linéaire ou non de la relation liant  $u_M$  à  $C_p$ . À cette fin, on envisage successivement :

- la détermination de la relation liant la rotation du plateau **16** au couple exercé par le cycliste sur l'arbre **18** ;

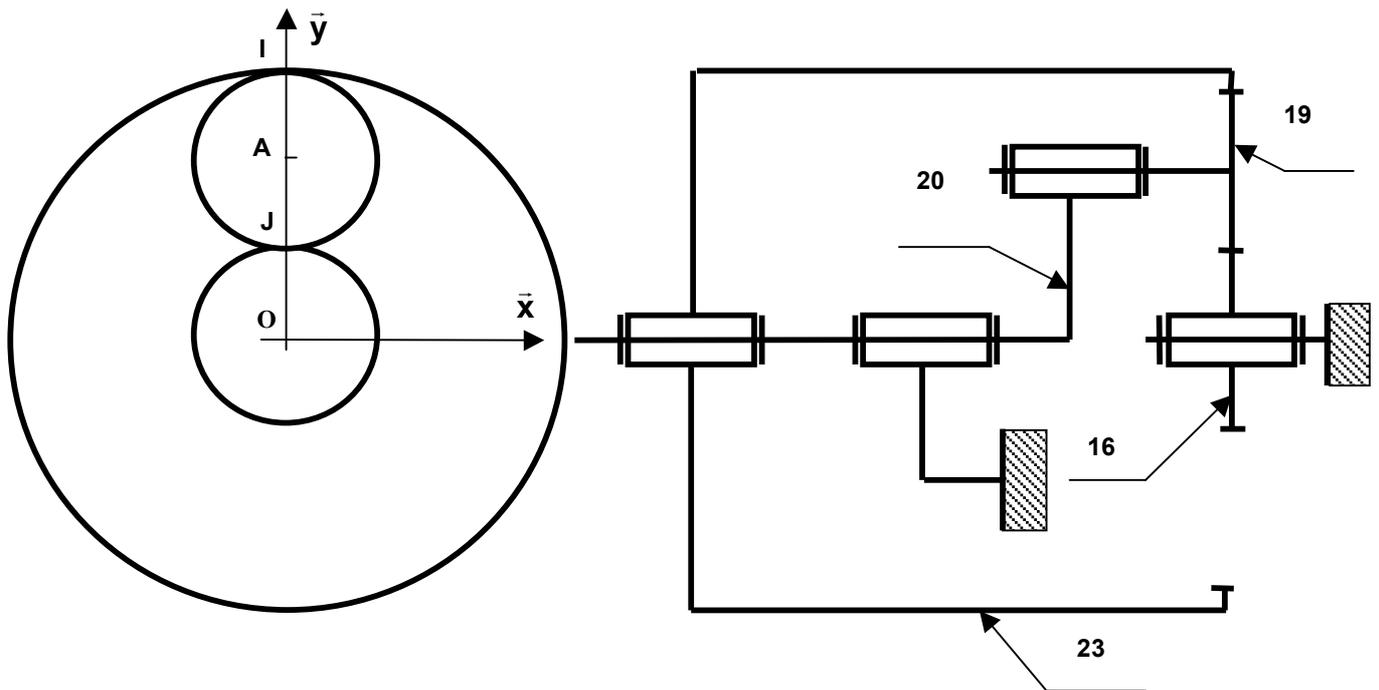
- la détermination de la relation liant l'écrasement du ressort  $\Delta L$  à la rotation  $\Delta\beta$  de **16** ;
- la détermination de la relation liant la rotation  $\Delta\beta$  de **16** à la rotation  $\Delta\theta$  du bras du potentiomètre et on conclut sur la linéarité.

On se place en statique et la modélisation retenue est une modélisation plane. Les engrenages sont à développante de cercle (angle de pression :  $\alpha=20^\circ$ ) et les liaisons considérées sont parfaites.

**I.D-2.1** - On suppose que l'action du cycliste sur chacune des pédales est représentée par un glisseur de direction verticale (portée par  $\vec{y}_0$ ) et de résultante  $\vec{F}_p$  (voir figure ci-dessous). Exprimer le couple  $C_p$  exercé par le cycliste sur l'axe du pédalier **18** en fonction de  $F_p$ ,  $L_p$  et  $\gamma$ . On suppose pour la suite de cette partie que le couple de pédalage varie de 0 à 24,5 N.m.



**I.D-2.2** - En isolant successivement le satellite **19**, puis le planétaire **16**, déterminer la norme  $F_r$  de l'action de l'ensemble constitué par {guide **29**, ressort **31**, galet **16c**} sur **16** en fonction de  $C_p$  et des paramètres géométriques. On posera  $\vec{R}_{23 \rightarrow 19} = R_l \vec{u}$ ,  $\vec{R}_{16 \rightarrow 19} = R_j \vec{u}$  et  $(\vec{x}, \vec{u}) = \alpha = 20^\circ$  (angle de pression).

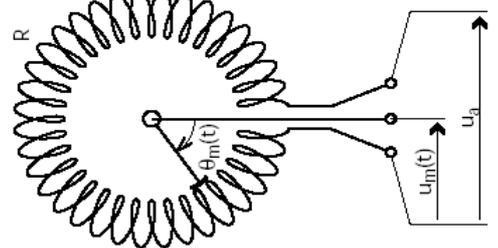


O : centre du planétaire **16**.  
 A : centre du satellite **19**.  
 I : point de tangence des cercles primitifs de **19** et **23** ( $AI = r_{19}$ ).  
 J : point de tangence des cercles primitifs de **19** et **16** ( $OJ = r_{16}$ ).

**I.D-2.3** - Établir la relation liant  $\Delta L$  à la rotation  $\Delta\beta$  de **16** (voir **DT4**).

**I.D-2.4** - Établir la relation liant la rotation  $\Delta\beta$  à la rotation du potentiomètre  $\Delta\theta$  et faire l'application numérique

Le capteur angulaire qui équipe le système est un potentiomètre mono-tour linéaire, il est composé d'une résistance de forme torique de valeur totale  $R$  soumise à une tension  $u_a$ , d'un curseur rhéostatique articulé au centre du tore, dont l'amplitude du mouvement  $\theta$  est considérée comprise entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ . La tension de sortie  $u_m$  est alors créée en fonction de  $\theta$ .



**I.D-2.5** - Établir la relation liant la tension  $u_m$  à la tension  $u_a$ ,  $R$  et  $\theta$ . Conclure quant à la linéarité de la relation entre  $u_m$  et  $C_p$ .

## II. Étude d'un modèle de simulation

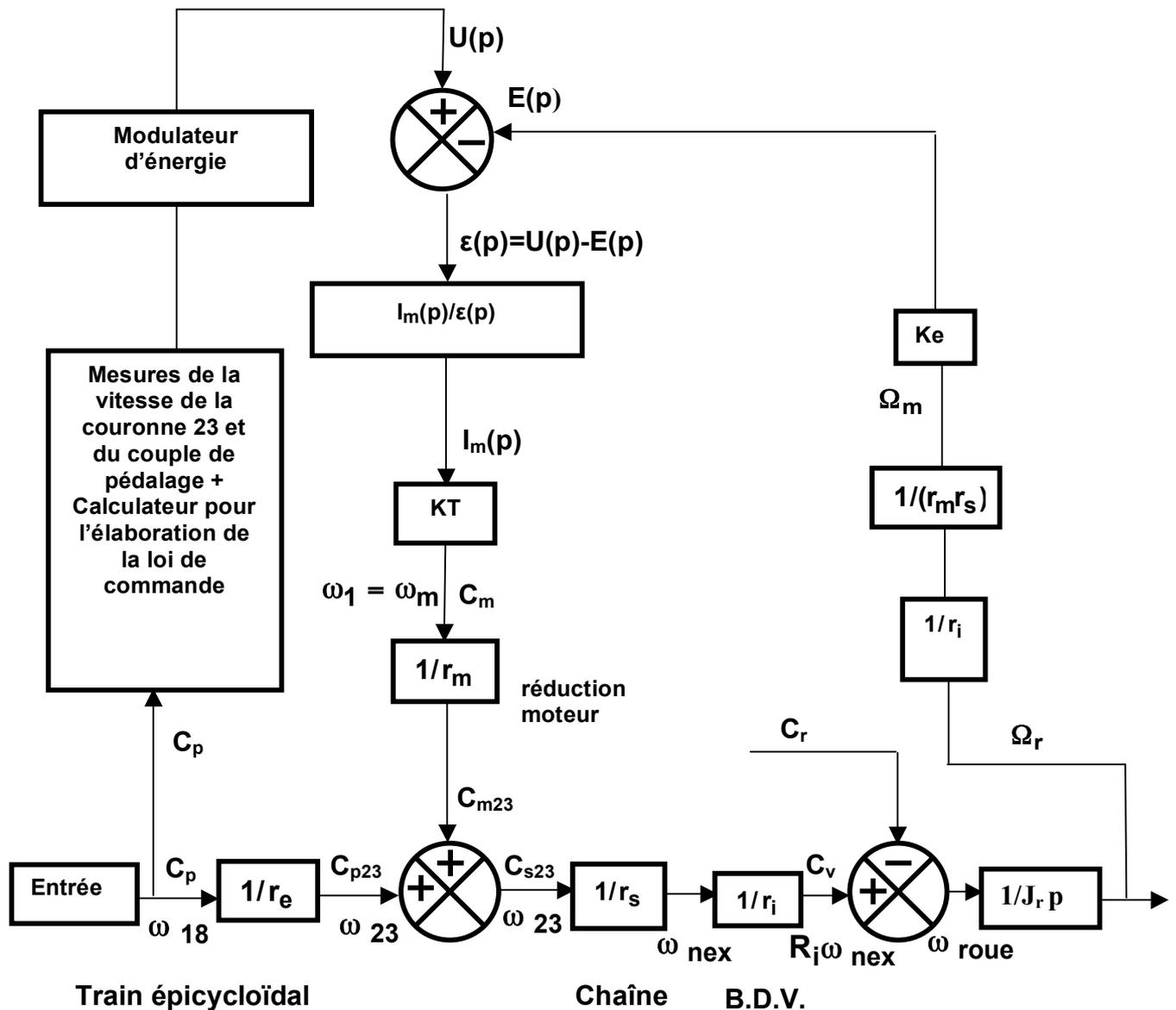
*L'objectif de cette partie est la détermination de la loi de commande gérant*

*l'assistance. Pour cela, on envisage successivement dans cette partie :*

- *l'étude d'un modèle d'assistance ;*
- *l'étude du modulateur d'énergie ;*
- *la modélisation de la machine à courant continu ;*
- *une synthèse et un choix des fonctions de transfert.*

## II.A Étude d'un modèle d'assistance

L'objectif de cette partie consiste à identifier les différents blocs composants le modèle proposé.



**II.A.1** - Le modèle proposé ci dessus, permet-il de dire que le système est asservi ? Justifier votre réponse.

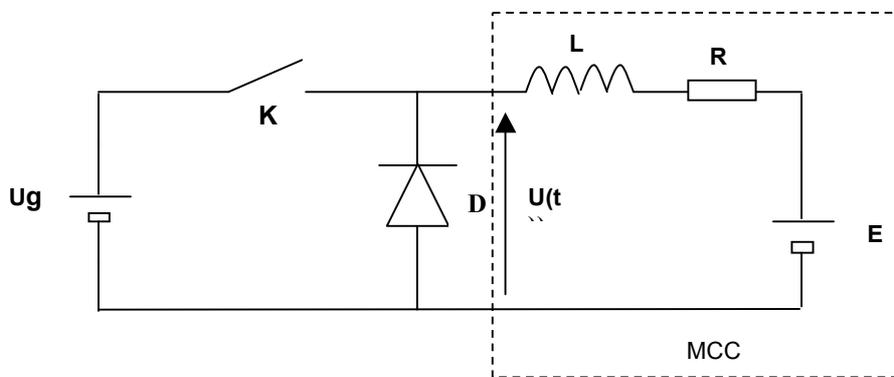
**II.A.2** - Sur le document **DR2** et en utilisant le résultat de la question **I.D-2.1**, proposer un signal d'entrée permettant de simuler le couple de pédalage  $C_p$  fourni

par le cycliste. En se plaçant dans la situation où le cycliste a choisi la première vitesse ( $R_1=1$ ), compléter sur le document **DR2** les fonctions de transfert des blocs 1 à 7. Pour cela, on donne :

$$\frac{\omega_{23}}{\omega_{18}} = 1,478 \quad \frac{\omega_{nex}}{\omega_{23}} = 1,09 \quad \frac{\omega_{23}}{\omega_1} = 28.10^{-3} \quad \frac{\omega_{nex} R_1}{\omega_{roue}} = 1$$

## II.B Étude du modulateur d'énergie

Le moteur à courant continu est alimenté par un modulateur d'énergie permettant d'adapter la vitesse de rotation et le couple d'assistance. Le schéma de principe du modulateur est donné ci-dessous. L'interrupteur électronique **K** est commandé périodiquement à la fréquence  $F = \frac{1}{T}$ . Il est passant pendant  $aT$  et bloqué pendant le reste de la période de commande. Le rapport cyclique  $a$  est fourni par une tension notée  $u_{commande}$  délivrée par le calculateur.



**II.B.1** - Tracer l'allure de la tension aux bornes du moteur  $U(t)$  pour 2 périodes complètes de la commande (on se place dans le cas d'une conduction continue du courant). En déduire la fonction de transfert  $\frac{U(p)}{U_g(p)}$  en fonction de  $a$ , où  $U(p)$  représente la valeur moyenne de la tension aux bornes du moteur,  $a$  le rapport cyclique et  $U_g(p)$  la tension fournie par la batterie.

**II.B.2** - Une détermination précise permet d'obtenir une fonction de transfert de la forme  $\frac{U(p)}{U_{commande}(p)} = \frac{a}{1 + \frac{T}{2}p}$ . Justifier cette fonction de transfert.

**II.B.3** - À partir des questions **II.B.1** et **II.B.2**, choisir la fonction de transfert du modulateur d'énergie. Justifier votre choix en précisant vos critères.

## II.C Modélisation de la Machine à courant continu

*L'objectif de cette partie est de déterminer un modèle de la MCC sous forme de schéma bloc par diverses identifications. Ce modèle permettra par des simulations*

sur logiciel de déterminer la loi de commande à implanter dans le calculateur pour la gestion de l'assistance.

Les équations relatives au fonctionnement de la MCC sont :

$$\begin{cases} J \frac{d\Omega(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f \Omega(t) \\ C_m(t) = K_t i(t) \\ E(t) = K_e \Omega(t) \\ u(t) = E(t) + R i(t) + L_m \frac{di(t)}{dt} + L_b \frac{di(t)}{dt} \end{cases}$$

**J** est le moment d'inertie équivalent ramené à l'arbre moteur.

**$\Omega$**  est la vitesse angulaire de l'arbre moteur;

**$C_m$**  est le couple moteur.

**$C_r$**  est le couple résistant.

**E** est la force contre électromotrice;

**$K_t$**  est la constante de couple.

**$K_e$**  est la constante de force contre électromotrice.

**R** est la résistance d'induit.

**$L_m$**  est l'inductance d'induit.

**$L_b$**  est l'inductance de la bobine de lissage;

**I** est le courant d'induit.

**II.C.1** - Compléter le schéma bloc de la MCC sur le document **DR3**.

**II.C.2** - Déterminer la fonction de transfert  $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$  de la MCC.

### II.C-1 Identification paramétrique

#### Détermination de la valeur de la résistance R

Un essai expérimental sur le moteur pour une tension d'alimentation constante prise égale à 24V, et pour un couple résistant variable, a permis de déterminer le tableau suivant :

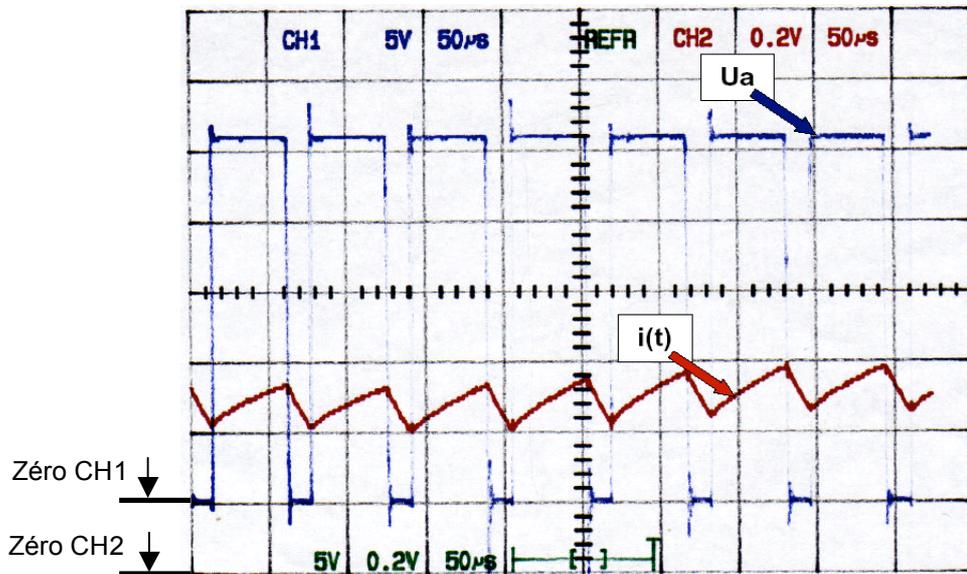
Vitesse de rotation N (tr/min)	3976	3858	3736	3595	3483	3366	3245	3105	2984	2857
Courant absorbé (A)	1,6	3,1	4,8	6,6	8,1	9,7	11,3	13,2	14,8	16,5

**II.C-1.1** - À partir du tableau ci dessus, déterminer la résistance **R** et le coefficient de fem  **$K_e$**  exprimé en V/rad.s<sup>-1</sup>. En déduire la valeur du coefficient  **$K_t$**  en N.m/A. Un essai avec un ohmmètre numérique (rotor fixe) a permis de mesurer la résistance d'induit **R** et a indiqué 4Ω. Justifier l'écart par rapport à la valeur déterminée.

#### Détermination de la valeur de l'inductance L ( $L_m+L_b$ )

Un essai expérimental sur le système a permis de visualiser le courant absorbé par le moteur. Cet essai est donné ci dessous et a été réalisé dans les conditions suivantes :

- **$U_g$**  = 26 V sans inductance  **$L_b$**  ;
- vitesse de rotation : **N** = 2500 tr/min ;
- calibre de la sonde de courant : 1 V/A.



**II.C-1.2** - Écrire l'équation différentielle vérifiée par le courant d'induit  $i(t)$  pendant la phase de conduction de l'interrupteur **K**. Quelle hypothèse faut-il adopter pour que la solution de cette équation différentielle soit une solution affine ?

**II.C-1.3** - On suppose dans cette question et la suivante que l'hypothèse précédente est vérifiée. Déterminer dans ces conditions l'expression de l'ondulation  $\Delta I$  du courant d'induit en fonction de  $U_g$ ,  $L$ ,  $a$  et  $T$  ( $\Delta I = I_{\max} - I_{\min}$ ) avec  $I_{\max}$  et  $I_{\min}$  représentant les valeurs maximale et minimale du courant d'induit). Démontrer que l'ondulation  $\Delta I$  est maximale pour  $a = \frac{1}{2}$ .

**II.C-1.4** - Quel est le rôle de l'inductance  $L_b$  de la bobine ? Quelle est la conséquence d'une inductance  $L$  faible sur le "vélo électrique" ? On désire une ondulation maximale  $\Delta I$  du courant d'induit de 0,2A. Déterminer la valeur de l'inductance  $L_b$  à insérer dans le circuit d'induit.

**II.C-1.5** - Justifier a posteriori l'hypothèse faite à la question **II.C-1.2**.

**II.C-1.6** - Dans cette question, on néglige le coefficient de frottement visqueux et on prend le moment d'inertie équivalent  $J$  ramené à l'arbre moteur égal à  $0,6 \cdot 10^{-2}$  kg.m<sup>2</sup>. Déterminer numériquement la fonction de transfert  $H_{\text{identParam}}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ .

## II.C-2 Identification fréquentielle

On fait l'hypothèse dans cette partie que la fonction de transfert de la machine à courant continu  $H_{\text{identFreq}}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$  est de la forme d'un premier ordre ayant pour gain statique  $G$ . Afin de la déterminer, on a procédé à deux essais fréquentiels.

**II.C-2.1** - Quelle précaution faut-il prendre pour déterminer la fonction de transfert de la machine à courant continu ?

**II.C-2.2** - À partir du premier relevé fréquentiel fourni sur le **DT5** Figure 1, déterminer la valeur du gain **G** de la fonction de transfert en justifiant la fréquence choisie.

**II.C-2.3** - À partir du second relevé fréquentiel fourni sur le **DT5** Figure 2 et après avoir déterminé la fréquence de cet essai, trouver la valeur du déphasage  $\Delta\varphi$  et du gain **G'** à cette fréquence.

**II.C-2.4** - Déterminer numériquement la fonction de transfert  $H_{\text{identFreq}}(p)$ .

## II.D Choix des fonctions de transfert et Synthèse

**II.D.1** - Comparer et analyser les résultats des deux identifications précédentes. Prendre une décision quant au modèle à retenir. Compléter le document **DR2** avec la fonction de transfert retenue.

**II.D.2** - Afin d'améliorer la représentation du modèle en vue de déterminer la loi de commande implantée dans le calculateur, proposer un bloc permettant de modéliser la roue libre **5b** et préciser ses caractéristiques. Achever de compléter le document **DR2**. Justifier le choix du modulateur d'énergie vis à vis des réversibilités en tension et en courant.

## III. Validation de la fonction de service FS1

*L'objectif de cette partie est de valider les fonctions d'assistance et de transmission auxquelles doit répondre le système. Pour cela on envisage successivement :*

- le calcul de la puissance motrice nécessaire à l'avancement de la bicyclette ;
- la détermination de la puissance à développer par le cycliste.

*Hypothèses de l'étude et notations :*

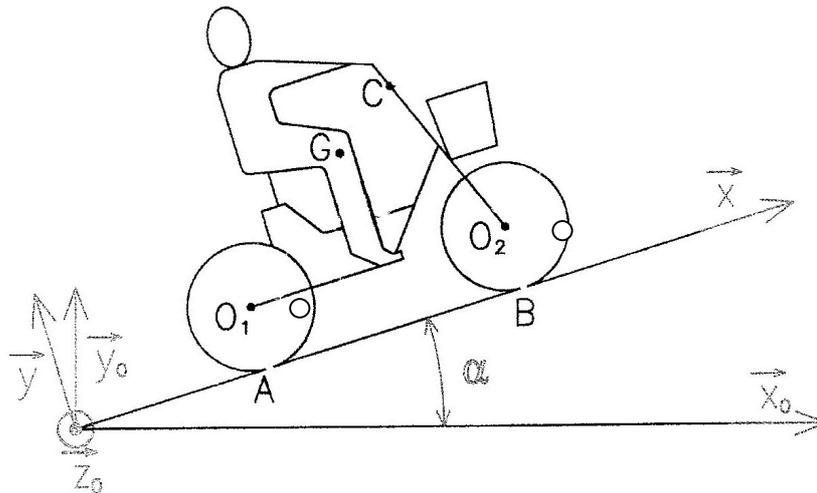
- Le repère  $\{\mathbf{0}, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0\}$  est un repère galiléen.
- L'ensemble {cycliste+"vélo électrique"+chargement} est noté **E**. Il est assimilé à un système de solides.
- La masse de **E** est notée **M<sub>e</sub>** et le centre d'inertie est **G**.
- La vitesse de la bicyclette est constante (**V**) et il y a roulement sans glissement aux points de contact roues/sol (cette hypothèse sera conservée par la suite).
- L'action de l'air sur E est représentée en C par le glisseur :

$$\left\{ \begin{array}{l} -F_a \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C \quad \text{avec } F_a = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2.$$

- Les actions du sol sur chacune des roues **1'** et **2'** sont représentées par un torseur dont l'expression est respectivement :

$$\{\text{sol} \rightarrow 1'\} = \begin{Bmatrix} \vec{N}_A \vec{y} + \vec{T}_A \vec{x} \\ \delta \vec{N}_A \vec{z} \end{Bmatrix}_A \quad \{\text{sol} \rightarrow 2'\} = \begin{Bmatrix} \vec{N}_B \vec{y} + \vec{T}_B \vec{x} \\ \delta \vec{N}_B \vec{z} \end{Bmatrix}_B$$

- L'action de la boîte de vitesse (système Nexus) sur la roue arrière 1' est représentée par un torseur-couple  $\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{C}_{\text{nex}} \end{Bmatrix}$  avec  $\vec{C}_{\text{nex}} = \bar{C}_{\text{nex}} \vec{z}$
- Les notations complémentaires sont définies sur le schéma suivant :



### III.A Détermination de la puissance motrice s'appliquant à la roue arrière

On suppose pour cette question et pour simplifier les notations que toutes les liaisons sont parfaites et que l'on se place en mouvement permanent. On admettra la validité du résultat obtenu pour toute la suite de l'étude.

**III.A.1** - Exprimer la condition de roulement sans glissement au niveau des roues. En déduire l'expression des rotations instantanées  $\omega_{1/0}$  et  $\omega_{2/0}$  en fonction de  $\mathbf{V}$  et de  $\mathbf{d}_{\text{roue}}$ .

**III.A.2** - Déterminer par application des théorèmes généraux et/ou du théorème de l'énergie cinétique la relation liant  $\mathbf{C}_{\text{nex}}$ ,  $\mathbf{M}_e$ ,  $\mathbf{F}_a$ ,  $\mathbf{d}_{\text{roue}}$ ,  $\delta$  et  $\alpha$ .

Le ou les systèmes isolés seront préalablement définis, les théorèmes utilisés et les hypothèses complémentaires jugées nécessaires seront indiqués.

**III.A.3** - En déduire la puissance développée par la boîte de vitesse sur la roue arrière  $P_r$  en fonction de  $\mathbf{C}_{\text{nex}}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{d}_{\text{roue}}$ .

### III.B Détermination de la puissance à développer par le cycliste

On supposera pour traiter cette question que les liaisons sont parfaites et que les rendements du système Nexus, de l'engrènement par chaîne et du train à planétaires notés respectivement  $\eta_{\text{nex}}$ ,  $\eta_{\text{chain}}$  et  $\eta_{\text{trainp}}$  sont égaux à 0,95.

**III.B.1** - Montrer que l'expression de la puissance développée par le cycliste est donnée par :

$$P_{cyc} = \frac{P_r}{(1+k)\eta_{nex}\eta_{chain}\eta_{trainp}} \quad \text{avec } k \text{ représentant la loi de commande.}$$

**III.B.2** - À partir des réponses aux questions précédentes **III.A.3** et **III.B.1**, on peut représenter l'évolution de la puissance fournie par le cycliste sans assistance (Figure 1 sur le **DT6**).

Commenter ces courbes et montrer que la fonction **FS1** est validée eu égard aux critères imposés par le cahier des charges.

## IV. Validation de la fonction de service FS2

*L'objectif est de valider la fonction d'assistance à laquelle doit répondre le système.*

*Pour cela, on envisage successivement :*

- la détermination de la fréquence de pédalage ;
- le calcul de la puissance développée par le moteur ;
- le calcul du couple moteur.

### IV.A Détermination des fréquences de pédalage

On veut dans cette partie vérifier la conformité des plages de pédalage avec les fréquences optimales (dépense énergétique minimum) qui sont comprises entre 40 et 65 tr/min.

Pour répondre à cette question, on se référera au schéma cinématique fourni sur le document **DT2**. On pourra considérer que sa vitesse de rotation étant suffisamment faible, **16** est immobile par rapport à **0**.

**IV.A.1** – On veut relier la vitesse de rotation du pédalier **18** à la vitesse de rotation de la roue **1'**. Montrer que cette relation s'écrit :  $\omega_{18/0} = \frac{Z_{23c}}{Z_{23c} + Z_{16}} \frac{Z_{nex}}{Z_{23a} \cdot R_i} \omega_{1'/0}$ .

**IV.A.2** - À partir de l'expression de  $\omega_{1'/0}$  en fonction de **V**, on peut déduire la représentation de la relation précédente dans le plan  $\{\mathbf{V}, \mathbf{N}_{18}\}$  (voir **DR2**). Reporter sur le tracé de cette courbe figurant sur le **DR2** et en surcharge, des évolutions possibles de la vitesse entre 0 et 26 km/h. On supposera que les changements de vitesse respectent l'optimalité de la fréquence de pédalage. Conclure sur l'utilisation de l'assistance.

À partir de la réponse à la question **IV.A.1**, on peut construire la représentation de la puissance fournie par le cycliste avec assistance (Figure 2 sur le **DT6**). Commenter cette représentation quant à l'aptitude du système à répondre au besoin.

## IV.B Calcul de la puissance développée par le moteur

**IV.B.1** - En vous aidant du schéma cinématique fourni sur le **DT2**, donner l'expression de la vitesse de l'arbre moteur en fonction de  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $z_{23c}$ ,  $z_{23a}$ ,  $z_{nex}$ ,  $z_5$ ,  $R_i$  et  $\omega_{1/0}$ .

Faire l'application numérique dans le cas de la première vitesse.

**IV.B.2** - On envisage maintenant le calcul de la puissance développée par le moteur exprimée en fonction de la vitesse de l'arbre moteur. On suppose dans cette question que les rendements du système Nexus, de l'engrènement par chaîne, du renvoi conique et du train planétaire à galets notés respectivement  $\eta_{nex}$ ,  $\eta_{chain}$ ,  $\eta_{renvoi}$  et  $\eta_{reduc}$  sont tous estimés à **0,95**.

Montrer que l'expression de la puissance  $P_m$  développée par le moteur au niveau de

l'arbre 1 s'écrit : 
$$P_m = \frac{P_r}{\eta_{nex} \eta_{chain} \eta_{renvoi} \eta_{reduc}} \frac{k}{1+k}$$

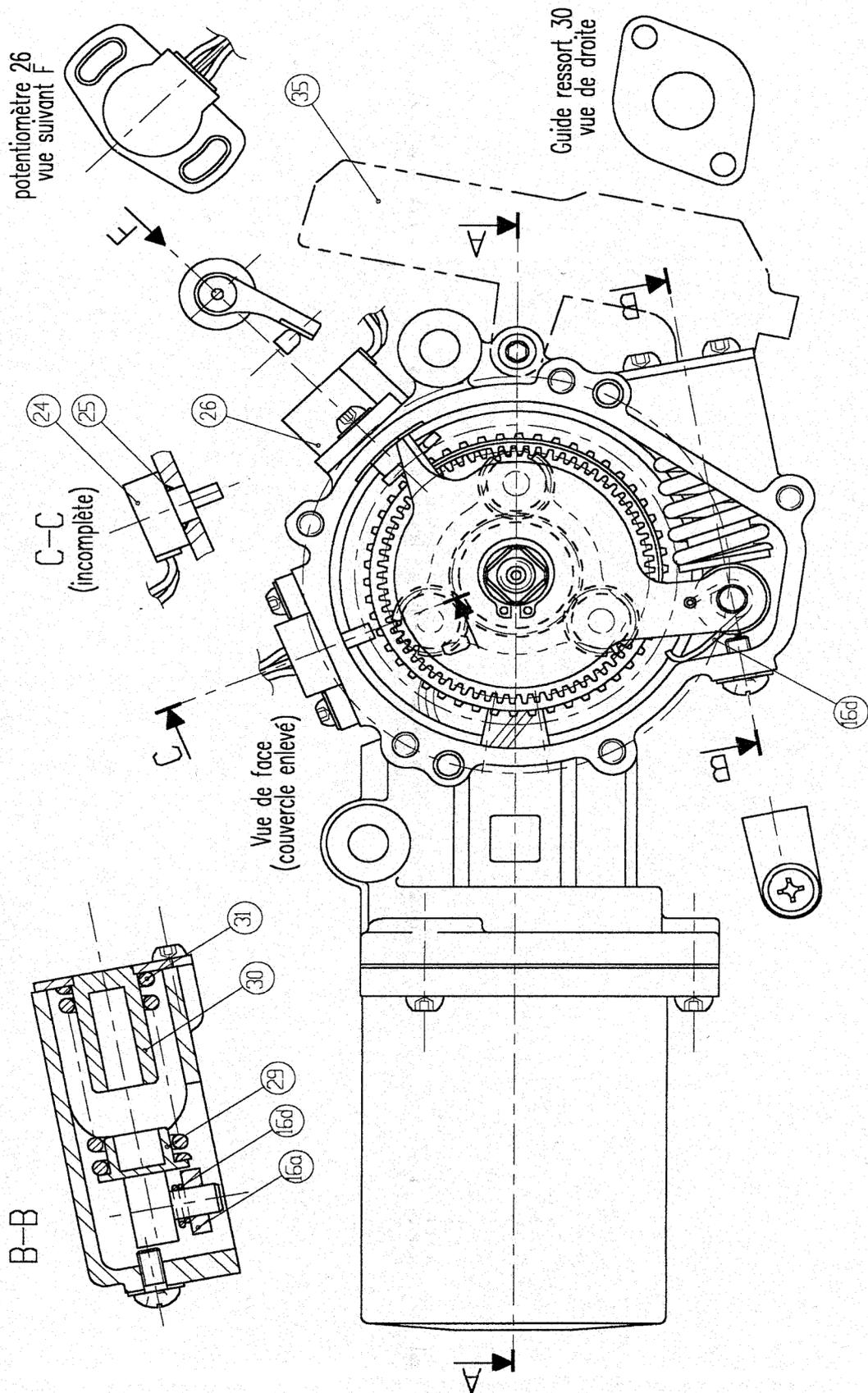
**IV.B.3** - Pour différentes valeurs de la pente ( $6^\circ$ ,  $4^\circ$ ,  $2^\circ$  et  $0^\circ$ ) et en tenant compte de l'expression de  $P_r$  trouvée en **III.A.3** il est possible de tracer la courbe représentant l'évolution de la puissance fournie par le moteur en exprimant le résultat précédent en fonction de la vitesse  $V$  (Figure 3 sur le **DT6**). Conclure quant à l'aptitude du moteur choisi à fournir la puissance nécessaire.

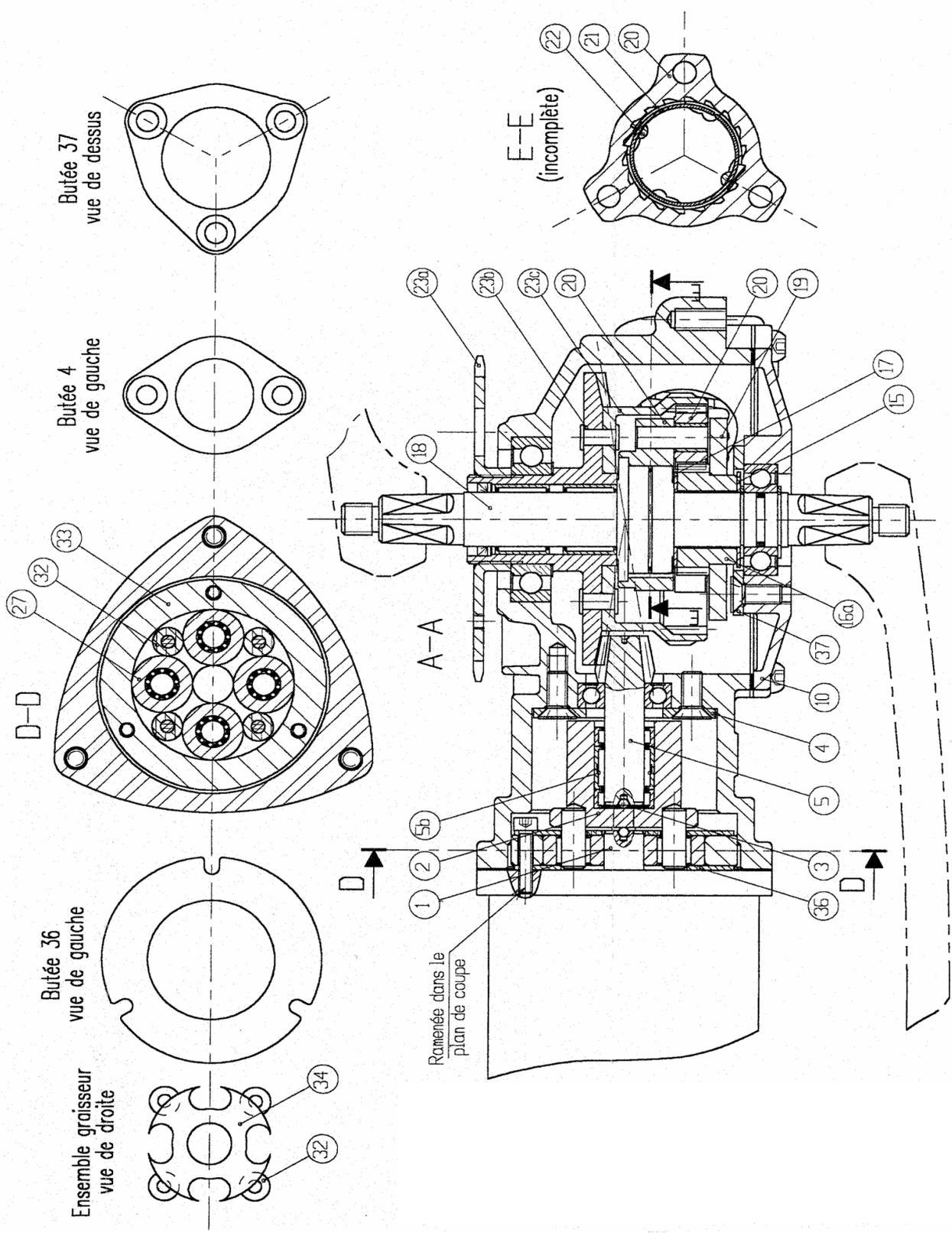
## IV.C Étude du couple d'assistance du moteur

**IV.C.1** - Dédurre des calculs précédents, l'expression du couple moteur en fonction de la vitesse du moteur  $\omega_{1/0}$ .

**IV.C.2** - À partir de l'expression précédente, il est possible de tracer l'évolution du couple en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre moteur (**DR5**) et pour différentes pentes. Placer sur la courbe fournie en **DR5**, les 3 phases d'assistance. Commenter l'allure de cette courbe. Justifier à posteriori le choix de la mesure de vitesse de pédalage au niveau de la couronne **23**.

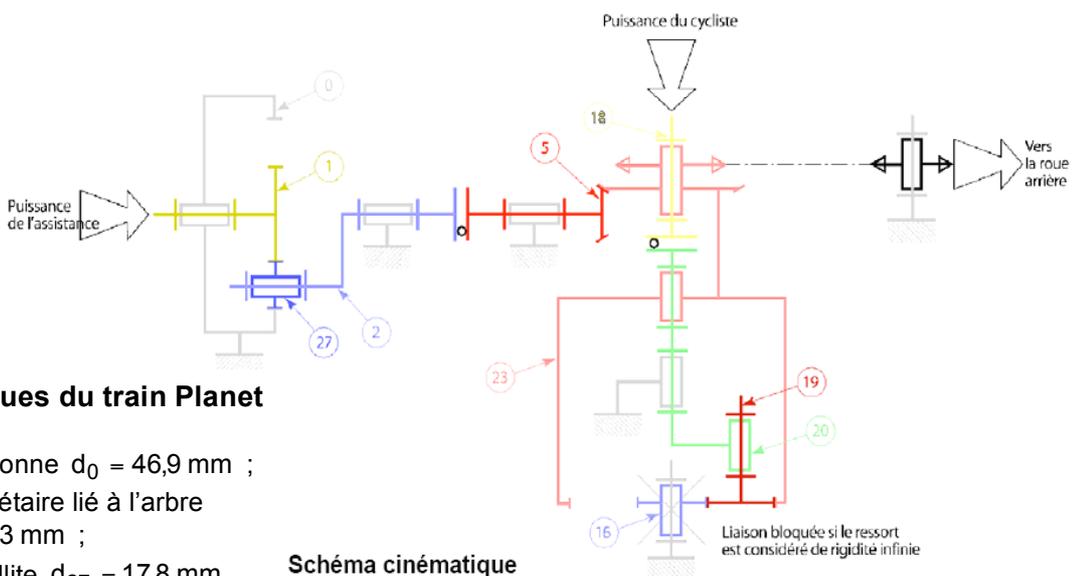
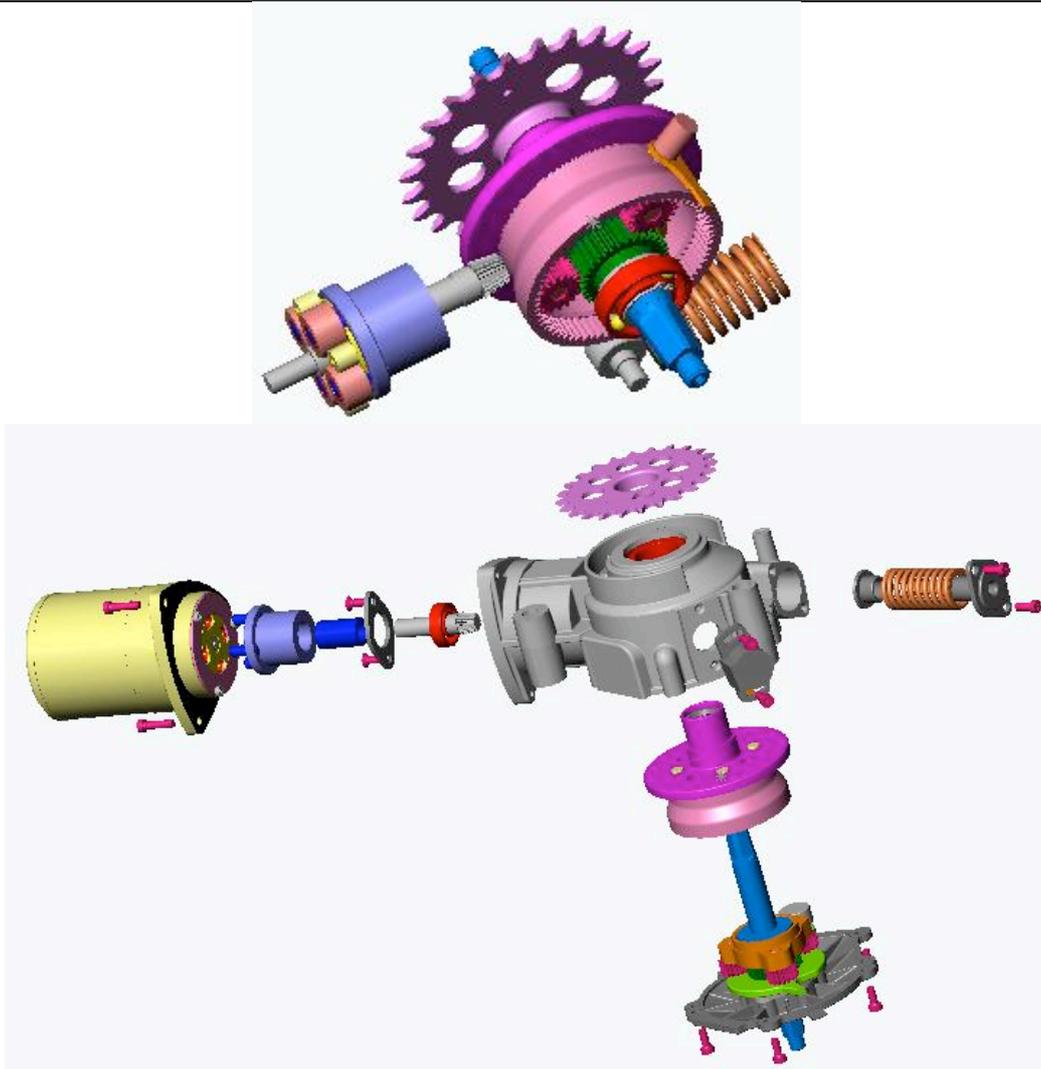
DT1 : PLAN D'ENSEMBLE





31	1	ressort	
30	1	guide ressort	
29	1	guide ressort	
27	4	satellite (train épicycloïdal "Planet Roller")	transmission par adhérence
26	1	potentiomètre	
24	1	capteur inductif	
23c	1	couronne	Z23c = 69
23b	1	roue conique	Z23b= 153
23a	1	pignon de sortie de pédalier	Z23a = 24
21	1	roue libre à cliquets	(montée entre 18 et 20)
20	1	porte - satellites pédalier	
19	3	satellite pédalier	Z19= 18
18	1	axe de pédalier	
16c	1	galet de came	
16	1	came (planétaire fixe)	Z16= 33 (module =1)
5b	1	roue libre	
5	1	pignon conique	Z5 = 22
2	1	porte-satellites train "Planet Roller"	
1	1	arbre moteur	
0	1	carter	
Rep	Nb	Désignation	Observations
<b>SYSTÈME P.A.S.</b> <b>YAMAHA</b> <b>Échelle <math>\approx 1/1,41</math></b>			

**DT2 : SYSTÈME PAS: sous ensemble moteur + pédalier ET SCHÉMA CINÉMATIQUE**

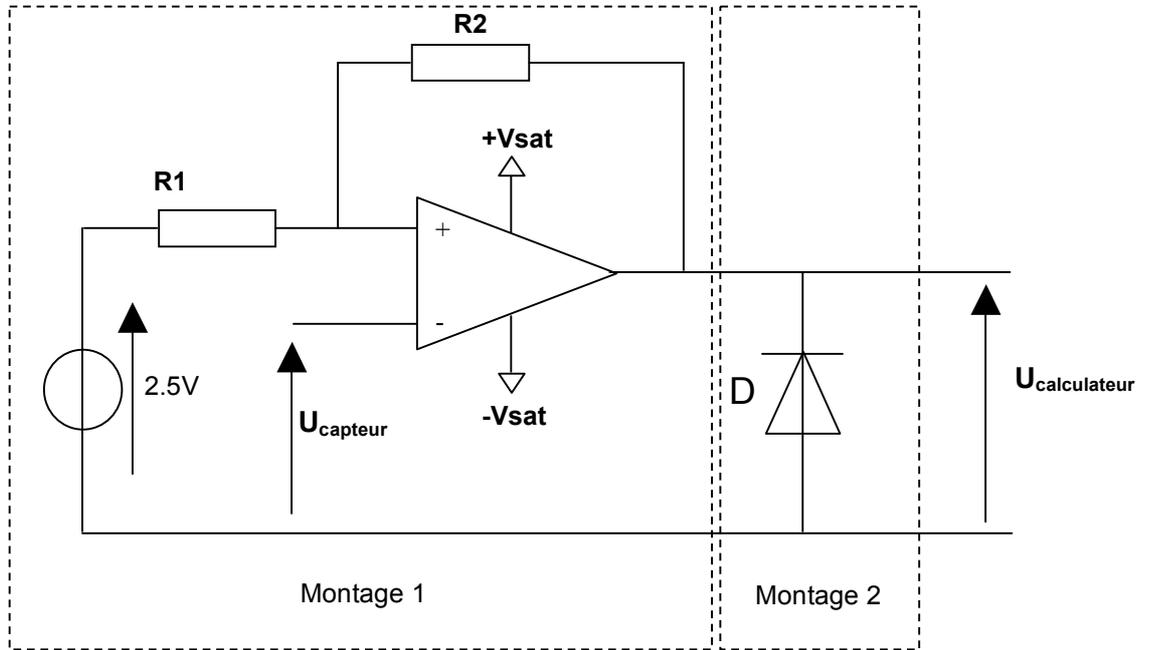


**Caractéristiques du train Planet Roller :**

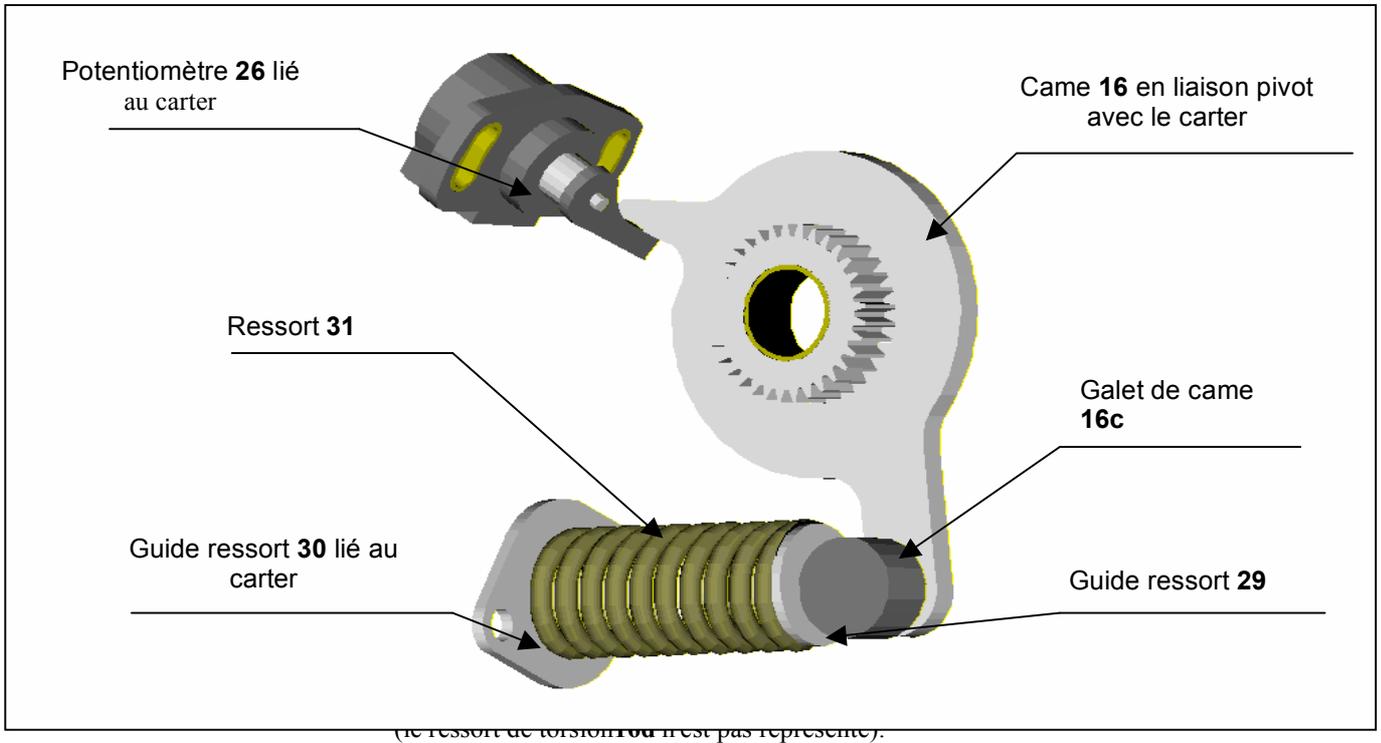
- diamètre couronne  $d_0 = 46,9 \text{ mm}$  ;
- diamètre planétaire lié à l'arbre moteur  $d_1 = 11,3 \text{ mm}$  ;
- diamètre satellite  $d_{27} = 17,8 \text{ mm}$  .

**Schéma cinématique**

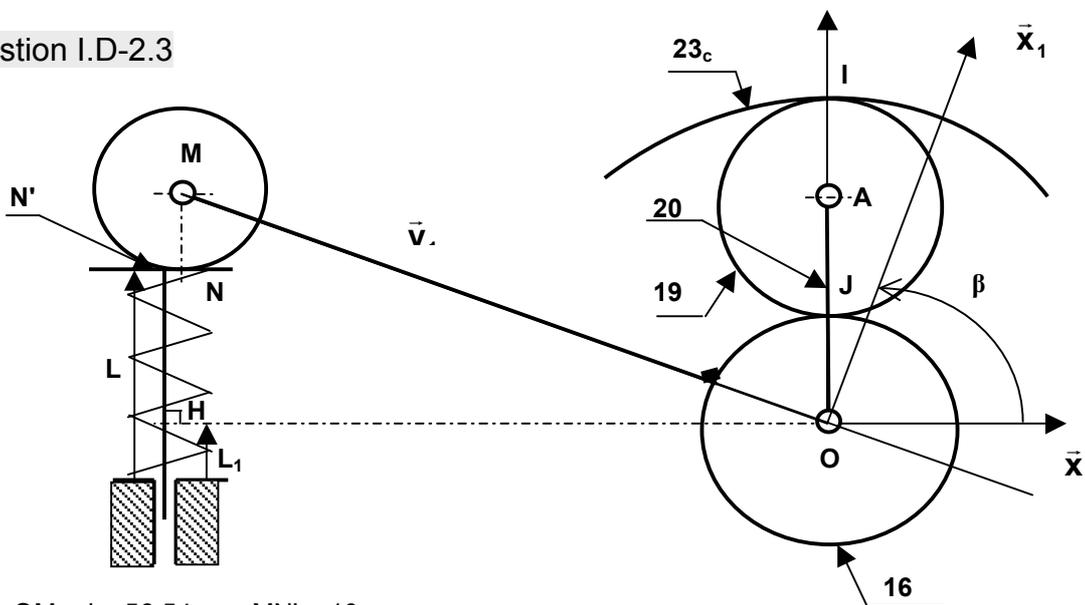
DT3 : MONTAGE ÉLECTRONIQUE DE MISE EN FORME DU SIGNAL



# DT4 : ÉTUDE DU CAPTEUR DE COUPLE DE PÉDALAGE



## Question I.D-2.3



- $OM = d = 56,54 \text{ mm}$ ,  $MN' = 10 \text{ mm}$ ,
- Pour  $\beta_0 = 84^\circ$ , on admettra que  $L = L_{\beta_0} = 51,69 \text{ mm}$  et  $N'H = 51,7 \text{ mm}$

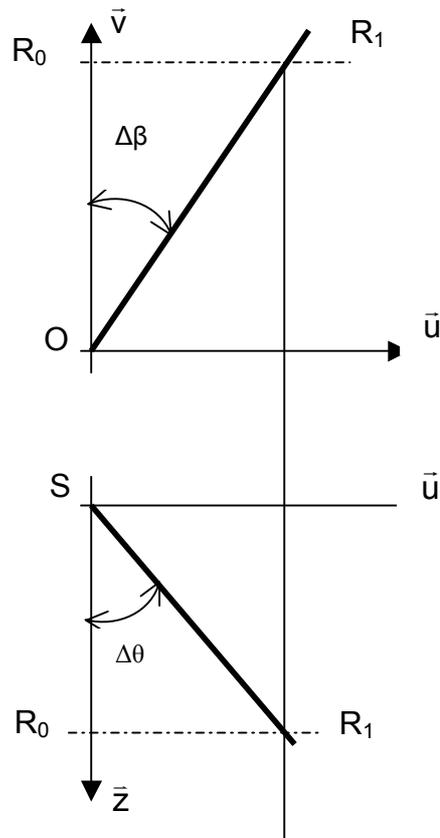
Question I.D-2.4

On se réfère pour représenter le déplacement du point de contact R de la came **16** avec le bras de potentiomètre **26** au plan d'ensemble de **DT1**.

$R_0$  est le point de contact initial,  $R_1$  est le point de contact après les rotations  $\Delta\beta$  et  $\Delta\theta$ .

Le repère  $\{O, \bar{u}, \bar{v}, \bar{z}\}$  étant tel que la vue selon F est relative au plan  $\{\bar{z}, \bar{u}\}$ . O est l'intersection de l'axe de la liaison pivot entre **16** et le bâti avec le plan de la vue de face, S est l'intersection de l'axe de rotation du potentiomètre avec le plan  $\{\bar{z}, \bar{u}\}$ .

On donne:  $SR_0 = 21$  mm et  $OR_0 = 40$  mm.



# DT5 : RELEVÉS FRÉQUENTIELS

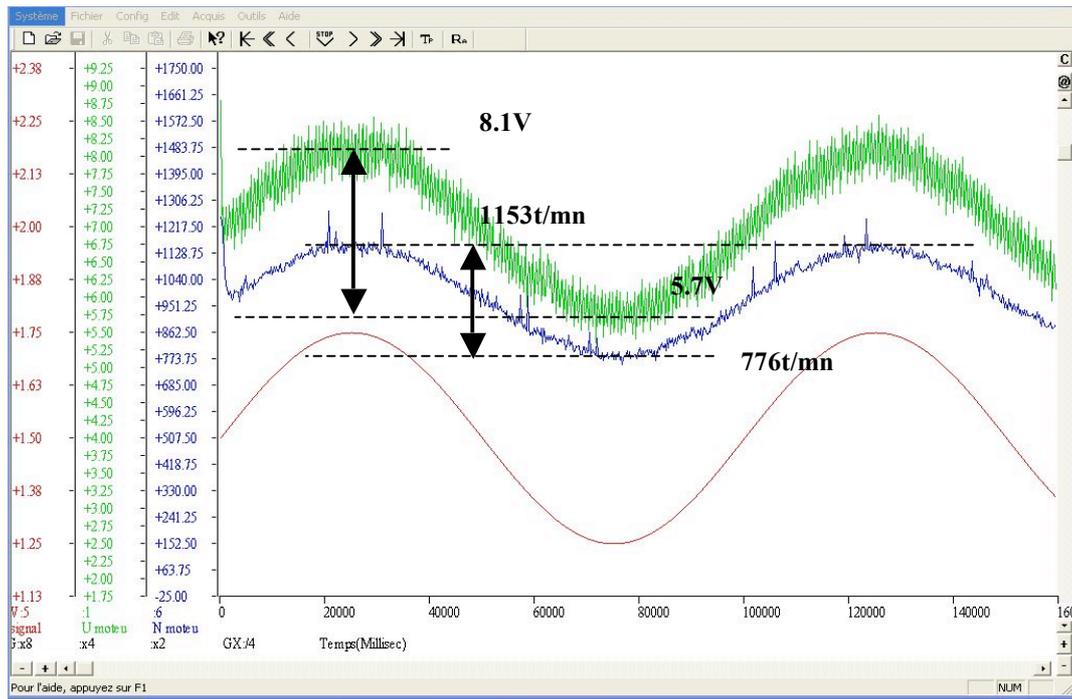


Figure 1

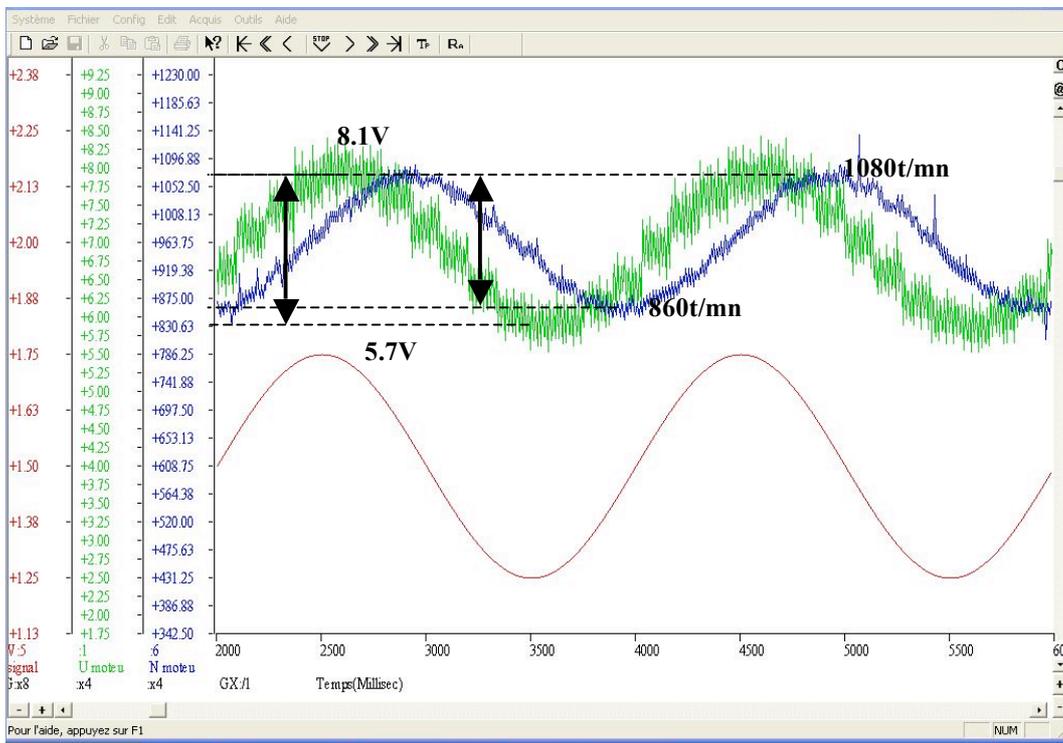


Figure 2

## DT6 : DIFFÉRENTS TRACÉS POUR L'ÉTUDE DES FS1 ET FS2

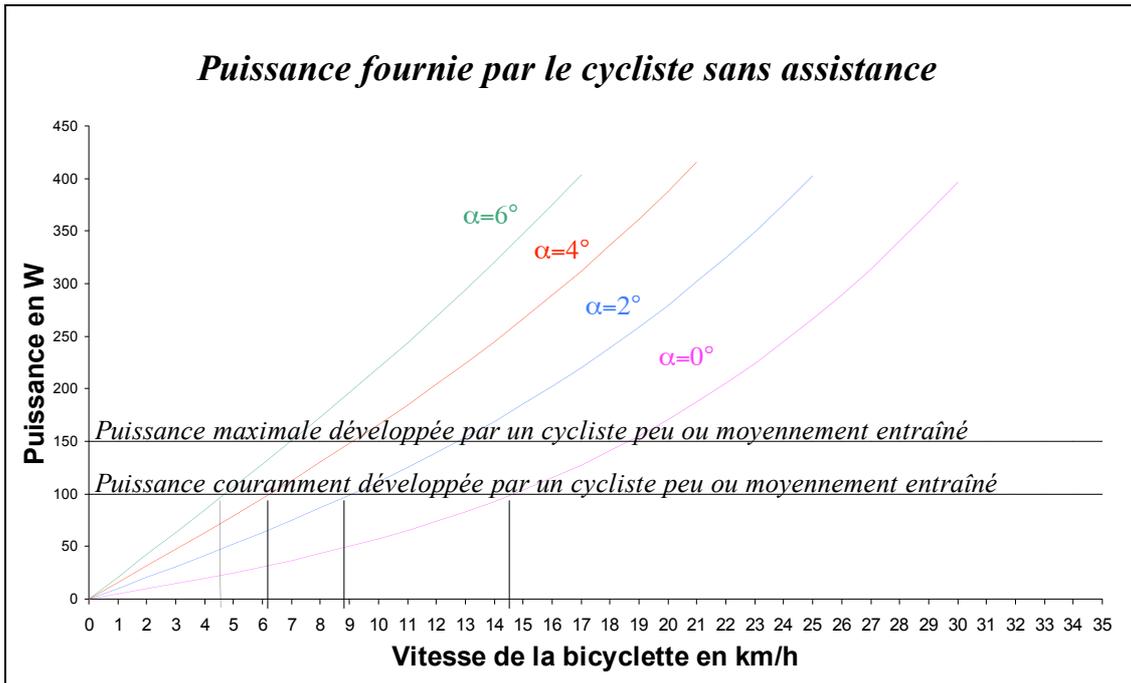


Figure 1

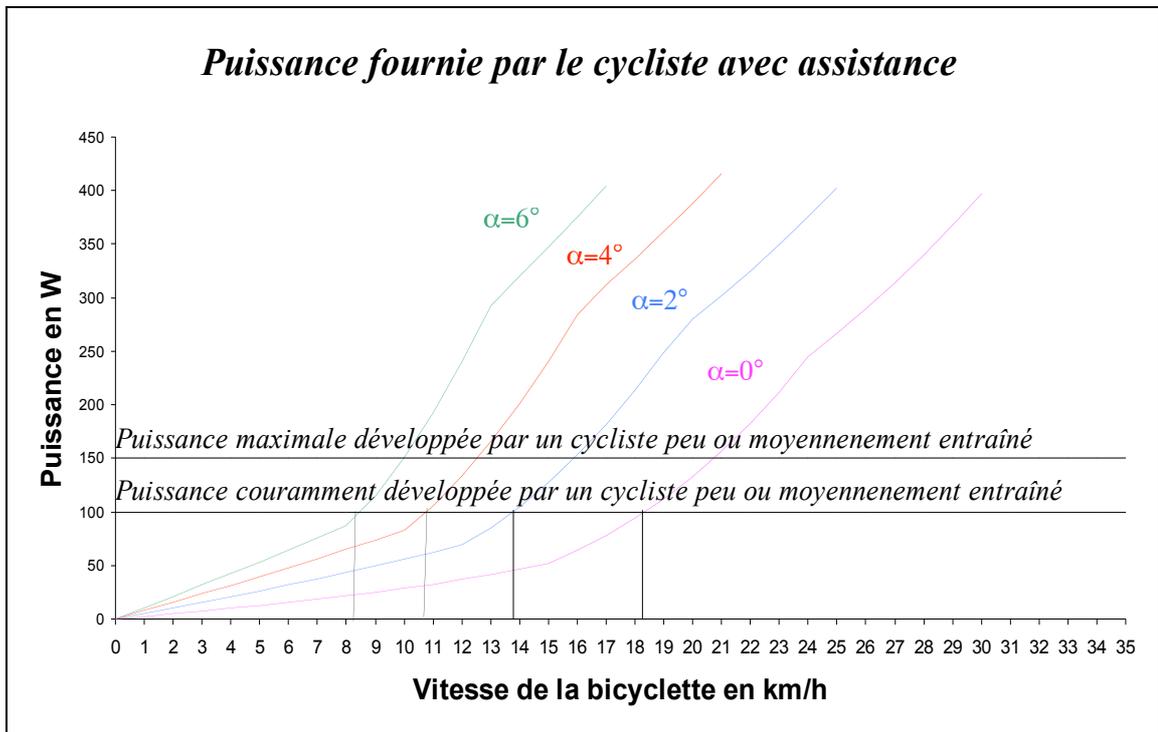
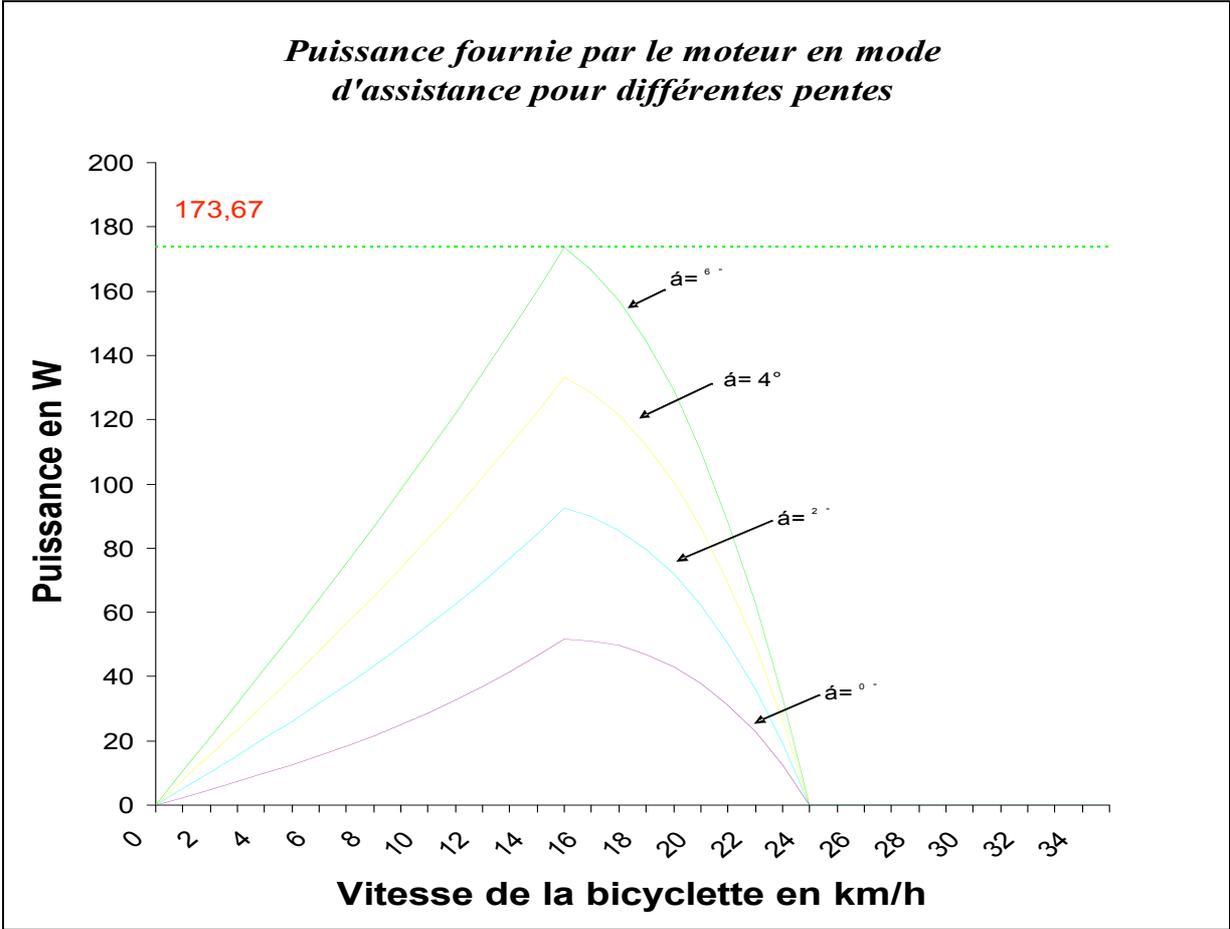


Figure 2

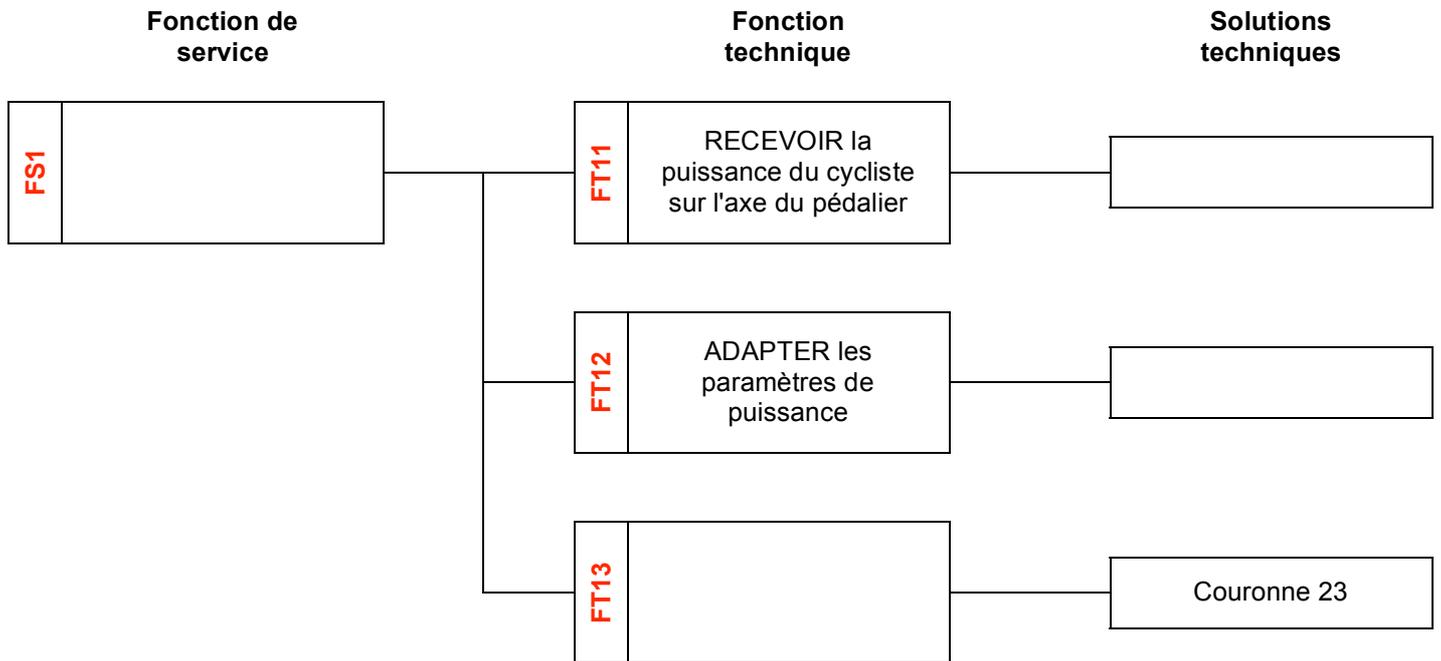
Le cycliste est supposé effectuer la sélection des vitesses suivante :

- la 1<sup>ère</sup> vitesse est sélectionnée pour une pente de  $6^\circ$ ;
- la 2<sup>ème</sup> vitesse est sélectionnée pour une pente de  $4^\circ$ ;
- la 3<sup>ème</sup> vitesse est sélectionnée pour une pente de  $2^\circ$ ;
- la 4<sup>ème</sup> vitesse est sélectionnée pour une pente de  $0^\circ$ .



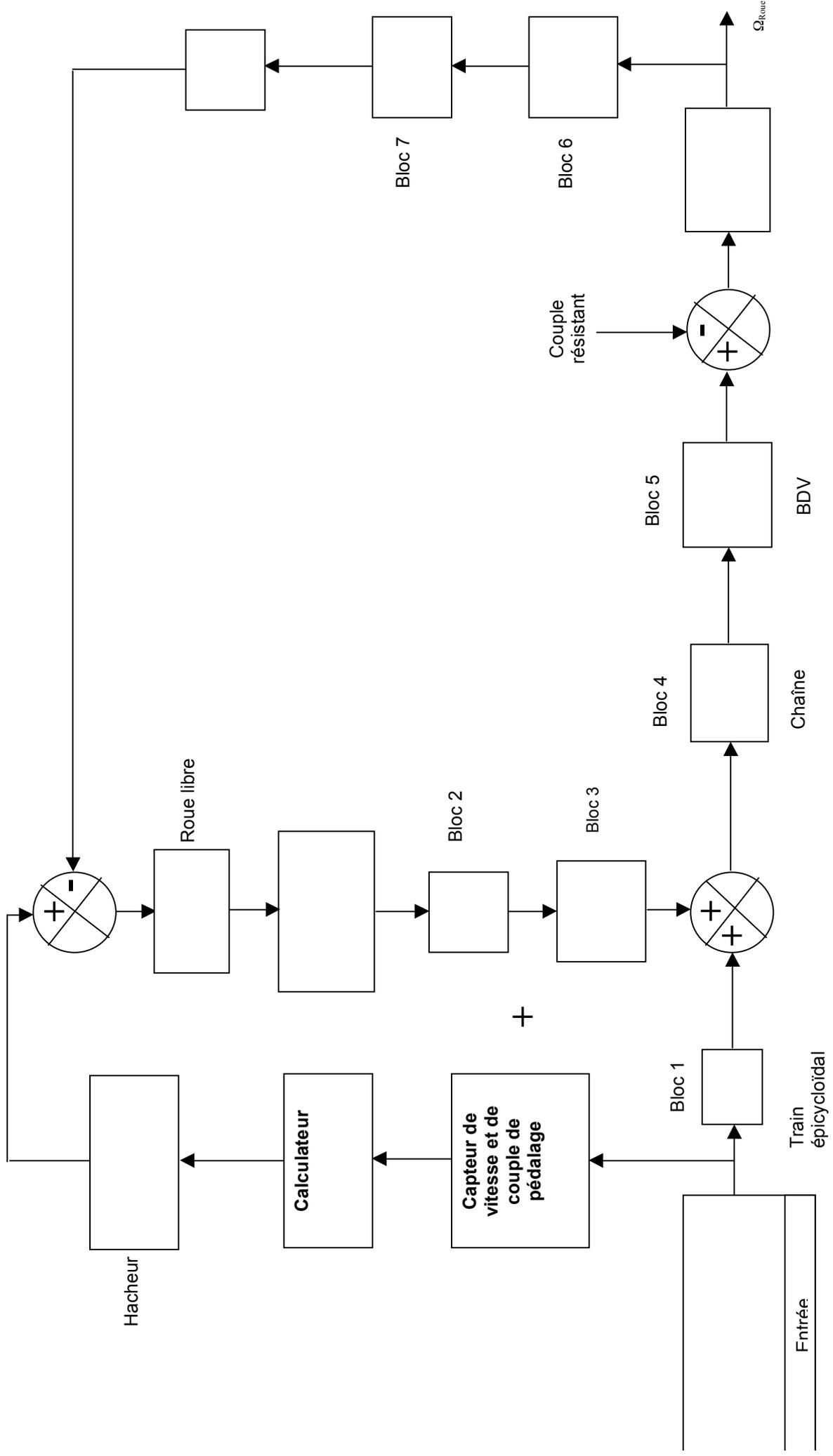
**Figure 3**

**DR1 : DIAGRAMMES FAST DES FONCTIONS DE SERVICE FS1 ET FS2**

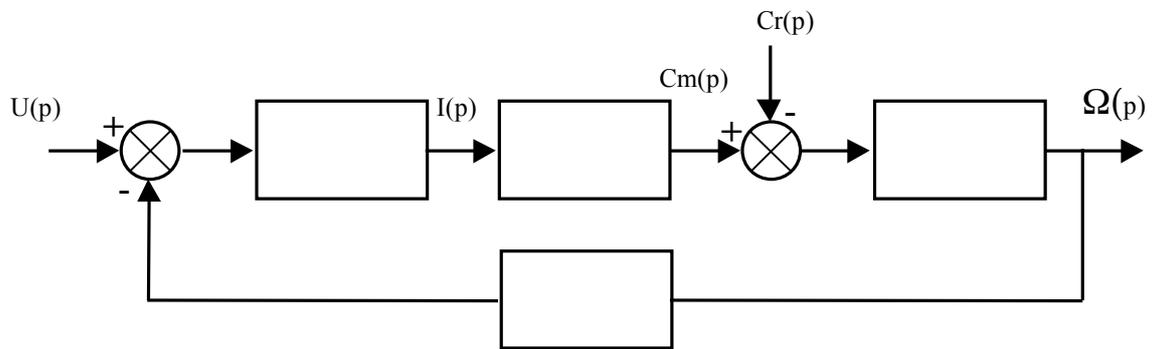




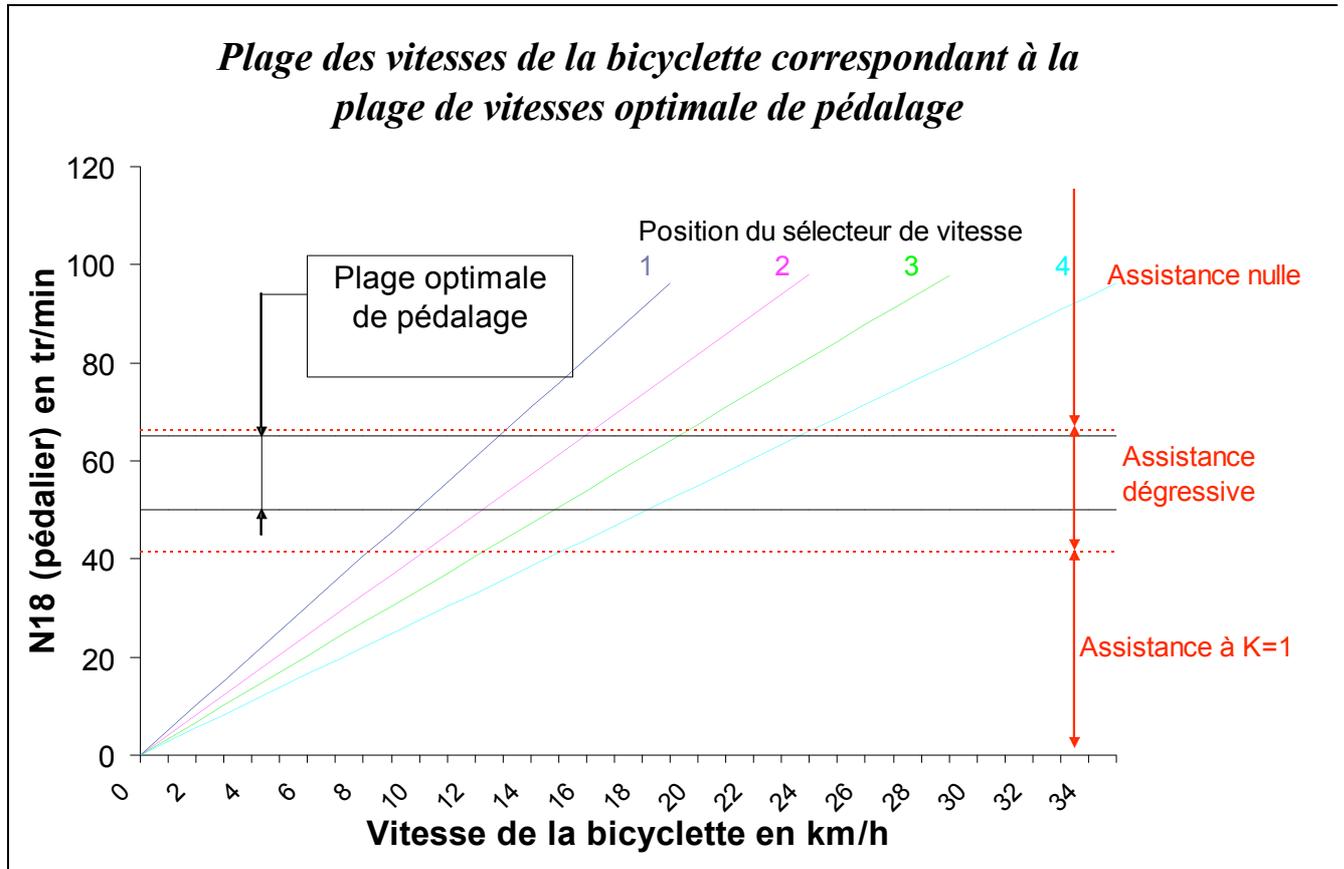
**DR2 : MODÈLE DE SYNTHÈSE DU SYSTÈME P.A.S.**



DR3 : SCHÉMA BLOC DE LA MCC



## DR4 : ÉVOLUTION DES VITESSES



**DR5 : ÉVOLUTION DU COUPLE D'ASSISTANCE EN FONCTION DE LA VITESSE DU MOTEUR**

