# Mathématiques 1

## Présentation du sujet

Dans une première partie, ce problème définit les nombres de Stirling, aborde quelques propriétés de ces nombres de partitions d'un ensemble fini, puis décrit une première utilisation pour la résolution d'un problème de probabilité. Cette partie se termine par l'étude du comportement de ces nombres quand le cardinal de l'ensemble tend vers l'infini.

Dans une deuxième partie, ce sujet fait apparaitre les nombres de Stirling dans une situation probabiliste connue sous le nom de « problème du collectionneur ». Le sujet se termine par la démonstration d'un résultat intuitif : en collectionnant un grand nombre d'objets convoités, il devient de moins en moins probable de ne pas parvenir à obtenir la collection complète.

Cette épreuve est conforme au programme de la filière TSI. Les principales notions mathématiques introduites sont : partition d'un ensemble fini, surjection, polynôme, série entière, équation différentielle, lois de probabilités usuelles, variable aléatoire discrète.

## Analyse globale des résultats

Plusieurs candidats ont su traiter avec justesse et rigueur beaucoup de questions. On constate une hausse du nombre de bonnes copies. Cependant, le niveau général est décevant pour un sujet moins long où le résultat visé par chaque sous-partie est démontré en plusieurs étapes progressives à l'aide de questions bien détaillées.

Beaucoup de candidats n'ont pas compris la définition d'un nombre de Stirling, pourtant introduite à l'aide d'exemples et de cas particuliers.

Nous constatons de nombreuses lacunes sur des notions fondamentales, la plupart introduites en première année : partition, surjection, base, principe de récurrence, nature d'une série.

## Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Comme l'année dernière, soulignons que certaines incohérences figurant dans les copies relèvent d'une incompréhension de l'énoncé qu'une lecture plus attentive aurait permis d'éviter. Nous avons remarqué une augmentation des copies manquant de soin, de présentation et un certain nombre contenant des phrases illisibles. Les brouillons doivent être utilisés pour que la copie soit claire et les résultats doivent être soulignés ou encadrés.

La calculatrice est, comme souvent pour cette épreuve, un outil de vérification. C'est la justification qui apporte des points et non le résultat écrit brutalement sur sa copie.

La définition d'une partition est rappelée dans le sujet. Une partition d'un ensemble n'est pas une combinaison.

Une application doit être construite avec des flèches, à la source l'élément dans l'ensemble de départ, à l'extrémité son image.

Une famille de polynômes échelonnés en degré est libre. Pour montrer que c'est une base, il reste à contrôler que son cardinal est égal à la dimension de l'espace. La construction d'une matrice de passage est pour beaucoup, non assimilée.

Une série est une suite. Le symbole $\sum_{n=n_0}^{+\infty}$ est un nombre, désignant la limite de la suite des sommes partielles. On peut l'écrire après avoir justifié la convergence de la série. Rappelons que si la série $\sum u_n$ converge, alors la suite $(u_n)$ converge vers 0. Trop de candidats ont invoqué la réciproque qui est fausse.

La plupart des candidats ont pensé à comparer les rayons de convergence de deux séries entières à partir d'une inégalité entre leur terme général. Mais il faut majorer en valeur absolue. La majoration d'un quotient a été souvent erronée. Il s'agit de majorer le numérateur et de minorer le dénominateur.

La solution générale d'une équation différentielle est la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière de l'équation complète. Le sujet propose une solution particulière. Trop de candidats ne l'ont pas vu et se sont lancés dans la méthode de variation de la constante, non aboutie.

La loi géométrique et la loi de Poisson sont connues. Mais le théorème de transfert n'est pas assez appliqué pour calculer l'espérance de la puissance d'une variable aléatoire.

## Conclusion

Par rapport à l'année dernière, la partie probabilité du programme des deux années de classe préparatoire a été mieux préparée. Mais il ne faut pas négliger la partie « dénombrement » ni la partie « applications ».

Nous conseillons de ne pas faire d'impasse sur le programme. Un travail régulier est nécessaire. Comprendre et apprendre le cours sont à la base de l'apprentissage des mathématiques. Pour pouvoir ensuite utiliser les résultats du cours pour résoudre des problèmes, la recherche d'exercices de difficulté progressive reste incontournable.