

# Mathématiques 2

## Présentation du sujet

Le sujet comprend deux parties indépendantes, d'importances sensiblement égale. La première, où l'on étudie les torseurs cinématiques, mobilise les compétences d'algèbre linéaire et euclidienne. La seconde, où l'on étudie les produits infinis, avec en vue une décomposition de  $\sin(\pi x)$  en produit pour calculer  $\zeta(2)$ , mobilisait les compétences d'analyse : séries, séries de Fourier.

## Analyse globale des résultats

Le sujet, assez long et difficile pour les candidats ambitieux, se prêtait fort bien au grappillage, par les questions **I.A.3a**, **I.A.5a**, **I.B.1**, **I.B.2a**, **II.A.1**, **II.A.2**, **II.B.3a**, **II.B.3b** (calcul des coefficients de Fourier), **II.B.4a** (développement limité), **II.B.5a**, **II.B.5b** i et ii.

Les compétences des trois quarts des candidats se limitent à utiliser la bilinéarité du produit vectoriel, réduire un produit télescopique, calculer  $\cos(a + b)$ , calculer l'intégrale d'une fonction trigonométrique, écrire un développement limité d'une fonction usuelle.

La différence avec les meilleurs candidats se fait sur les questions, même basiques, qui demandent des capacités d'abstraction, notamment montrer qu'un ensemble de fonctions est un espace vectoriel.

## Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

### Commentaires généraux

#### Compréhension du sujet

De grandes difficultés, et beaucoup de confusions, par exemple entre  $O$  point fixé (de  $\mathcal{E}$ ) et  $O$  point fixe (de  $\mathcal{M}$ ) à la toute première question.

#### Cours

Le cours est assez mal connu, les questions de cours simples (comme la définition d'une matrice antisymétrique) n'ont pas été suffisamment bien réussies. Cela pose une vraie question sur la manière d'apprendre des étudiants.

La vérification des hypothèses lors de l'application d'un résultat n'est pas (suffisamment bien) faite.

La notion de fonction de classe  $C^1$  par morceaux, bien qu'assez géométrique, n'est absolument pas passée.

Seuls les candidats du premier quartile sont capables de citer correctement le théorème de Dirichlet en se souciant des hypothèses.

#### Calculs

Des calculs simples (comme un télescopage) posent des problèmes.

Malgré l'utilisation de la calculatrice, on rencontre des erreurs de calculs ou, plus souvent, des incompréhensions sur la signification des calculs (par exemple  $u_N \rightarrow 1$  qui se transforme en  $u_N = 1$  ou l'oubli des termes en  $o$  lors des développements limités)

#### Divers

La manipulation des espaces vectoriels abstraits a posé énormément de problèmes lors de la première partie.

Le passage d'un exemple au cas général est aussi problématique. Par exemple, dans la partie I, beaucoup ont remplacé la définition de torseur par l'exemple de la première question. La notion même de preuve semble ne plus aller de soi.

L'utilisation d'une nouvelle notion (convergence d'un produit infini dans la partie II) est très mal comprise, de même que les efforts faits pour se ramener à une notion connue (convergence d'une série).

Beaucoup de candidats ne maîtrisent pas suffisamment le français (ce qui explique aussi les difficultés de compréhension du sujet). Le jury a attribué des points de valorisation pour le soin apporté à la copie, l'expression française et la clarté des notions mathématiques utilisées.

#### Détails

**I.A.1)** Le fait que la notion de torseur ait été vue en S2I, avec une définition légèrement différente, a causé beaucoup de confusion. Seuls les meilleurs candidats font l'effort d'utiliser la définition proposée par l'énoncé.

**I.A.2)** La plupart des candidats essaient de montrer que l'application  $\mathcal{M}$  est linéaire. Pour y parvenir, les plus honnêtes se placent dans le cas particulier de l'exemple **I.A.1**.

**I.A.3a)** Peu de candidats lisent en entier l'expression « nécessaire et suffisante ».

**I.A.3b)** Souvent traitée en simplifiant le produit vectoriel :  $a \wedge b = a \wedge c \implies b = c$ .

**I.A.4)** La dimension correcte est souvent donnée en admettant l'isomorphisme.

**I.A.5a)** Bien traitée en général.

**I.B.1)** Idem

**I.B.2a)** Idem, mais une large proportion des candidats les plus faibles essaie maladroitement de traduire la définition en langage courant, comme s'ils craignaient, en donnant la définition correcte, d'être accusés d'avoir copié-collé Wikipedia. L'idée même d'apprendre le cours semble leur poser problème.

**I.B.3a)** Le calcul est souvent bien fait ; peu de candidats voient que  $w$  est là pour les aider, beaucoup commencent par « démontrer » que  $f$  est linéaire, et en déduisent que  $w = 0$ .

La fin de la partie I n'a été abordée que par les tout meilleurs candidats.

**II.A.1)** Bien traitée en général par les candidats au dessus de la médiane, qui font un usage intelligent de la calculatrice, en devinant la limite, avant de se lancer dans les calculs.

**II.A.2 et II.A.3)** Le respect le plus élémentaire pour l'infini semble être devenu une compétence optionnelle, implicitement réservée à la tête de classe ; seuls les meilleurs candidats se rendent compte que le produit infini n'est défini que comme limite et demande à être manipulé avec précaution.

**II.B)** La plupart des candidats — du moins parmi ceux qui ont fait l'effort de lire attentivement l'énoncé — se sont contentés de grappiller des points ici et là. Le calcul des coefficients de Fourier est souvent bien fait (là encore, avec un usage bien compris de la calculatrice), même par des candidats qui ont donné, pour graphe de  $f$ , celui de  $x \mapsto \cos(xt)$ . Le jury a attribué les points pour récompenser les candidats qui savent calculer une intégrale.

### **Conclusion**

La longueur et la difficulté du sujet sont tempérées par la présence de nombreuses questions ne nécessitant aucun raisonnement ni aucune rédaction, permettant ainsi de masquer les difficultés, pourtant inquiétantes, d'expression et de compréhension des candidats. Le jury rappelle que penser et s'exprimer clairement, plus encore que calculer juste, sont deux qualités essentielles pour un ingénieur.