

Mathématiques 2

Présentation du sujet

Le sujet était composé d'un problème en trois parties dont le thème principal était l'étude des systèmes différentiels linéaires à trajectoire sphériques. Une première partie permettait d'étudier quelques cas particuliers usuels. Dans cette partie on étudiait deux équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.

La deuxième partie s'attachait à étudier les trajectoires circulaires tout d'abord en dimension 2, puis permettait d'établir un lien entre les valeurs propres de la matrice et le fait que toutes les trajectoires soient sphériques en dimension n pour terminer par un résultat plus général.

La troisième partie permettait d'étudier le lien entre le caractère sphérique des trajectoires et l'antisymétrie de la matrice du système.

Ce sujet utilisait une grande partie des notions d'algèbre linéaire du programme (diagonalisation, trigonalisation ; linéarité, produit mixte, matrices antisymétriques), des éléments de calcul différentiel, des équations différentielles linéaires.

Analyse globale des résultats

Le sujet comportait 43 questions ce qui a permis de décomposer les difficultés. Les candidats ayant une bonne connaissance du cours et utilisant correctement les définitions rappelées dans l'énoncé pouvaient obtenir un résultat honorable.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Commentaires généraux

Compréhension du sujet

La bonne lecture du sujet et le respect des notations étaient encore une fois capitale pour bien pouvoir aborder cette épreuve. Il est regrettable qu'une grande partie des candidats se trompe dans des calculs de dérivées simples ou ne réussit pas à résoudre des équations différentielles linéaires simples.

Cours

Le jury rappelle à nouveau qu'une connaissance solide du cours de mathématiques des deux années est indispensable afin de bien figurer lors des concours. Les candidats sachant citer et reconnaître les théorèmes du cours ont pu se démarquer.

Ci-après quelques remarques non exhaustives sur les points de cours abordés lors du sujet et quelques remarques qui s'appuyaient à plusieurs reprises des questions de cours directes. Insistons sur le fait que l'utilisation d'un théorème doit s'accompagner de la vérification d'hypothèses.

- Les candidats devraient savoir résoudre sans difficulté les équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.
- Les formules trigonométriques ne sont pas suffisamment maîtrisées.

- Certains candidats trouvent des espaces propres réduits au vecteur nul, ou des matrices de passage avec une colonne nulle.
- Certaines réponses étaient parfois confuses concernant le lien entre la diagonalisation et le caractère scindé du polynôme caractéristique. Rappelons que tous les polynômes non constants sont scindés sur \mathbb{C} mais que pourtant toutes les matrices complexes ne sont pas diagonalisables.

Calculs

- Le jury a rencontré trop d'erreurs de calcul de dérivées. Les candidats doivent mieux faire le lien entre dérivée nulle et fonctions constantes.
- Les calculs faisant intervenir des paramètres ont posé des difficultés à de nombreux candidats.

Raisonnement, rédaction, présentation

Beaucoup de copies ne sont qu'une succession de calculs sans aucune explication. La communication est une compétence importante pour un futur ingénieur. Un effort de clarté est attendu par le jury. En ce qui concerne la logique, il faut clairement préciser si le raisonnement se fait par équivalence, double ou simple implication. Un raisonnement par équivalence ne doit pas être confondu avec une simple implication. Il est demandé aux candidats de bien justifier les résultats utilisés et d'en vérifier les hypothèses. Dans le même registre, des difficultés d'expression dans la langue française ou de soin ont été remarquées (et pénalisées) dans plusieurs copies même si pour de nombreux candidats des efforts appréciables ont été remarqués.

Détails sur certaines questions

Partie I

Q 1. Il fallait remarquer que la dérivée de l'énergie était nulle. Le titre de la question mentionnait une conservation de l'énergie ce qui aurait dû aider les candidats à en comprendre la finalité.

Q 3., Q 7. Des équations différentielles classiques mais dont il fallait justifier la résolution.

Partie II

Q 10. Le raisonnement par équivalence n'était pas souvent mené. Lorsque c'était le cas, seule une partie des points était attribuée.

Q 13. Il fallait y faire le lien entre vecteur propre et droite stable.

Q 15., Q22. L'étude du signe de l'exposant de l'exponentielle et l'étude des limites en l'infini permettaient de conclure.

Parties III

Q 27., Q 28., Q 29., Q 30. Ces questions ont été abordées par la majorité des candidats. Elles faisaient intervenir du calcul matriciel classique. Le jury rappelle que la division par une matrice est impossible. Il fallait utiliser l'argument que l'égalité $AX = 0$ étant vraie pour toute matrice colonne X , alors la matrice A est nulle.

La fin du sujet étudiait le cas particulier des trajectoires sphériques et faisait intervenir le produit vectoriel et a été correctement abordée par les meilleurs candidats.

Conclusion

Ce sujet permettait de balayer une large partie du programme. De nombreuses questions proches du cours et utilisant les définitions du cours ont permis aux candidats aux connaissances solides de se distinguer.