Mathématiques

Présentation des épreuves

Oral 1 de Mathématiques (sans préparation)

L'épreuve orale de Mathématiques 1 accueille les candidats pendant 30 minutes, sans préparation, et le jury les interroge sur un ou deux exercices portant sur l'intégralité du programme de première et seconde année.

Le jury est attentif aux qualités mathématiques des candidats, à leur autonomie, leur capacité à communiquer, leur vivacité et réactivité face aux questions ou remarques du jury. Le jury ne s'attend nullement à une réussite immédiate en toute circonstance, mais à la présentation d'une réflexion organisée. Le jury apprécie particulièrement les candidats qui prennent soin d'exposer clairement leurs idées et avec lesquels il est possible de mettre en place un dialogue fructueux afin de les aider à progresser dans l'exercice proposé.

Oral 2 de Mathématiques (avec `Python`)

L'épreuve orale de Mathématiques-Informatique porte à la fois sur le programme de mathématiques des deux années de TSI et sur celui d'informatique pour tous. Les candidats ont 30 minutes environ pour préparer une solution, même partielle, de l'exercice proposé et rédiger le ou les programmes demandés. L'examen de ceux-ci se fait avec eux devant l'ordinateur. Même si le programme n'a pas abouti, si l'idée de départ est bonne et la syntaxe connue, l'évaluation en tient compte. Quant à la partie purement mathématique du sujet, les candidats l'exposent au tableau.

Les programmes et algorithmes, même simples, sont obligatoirement rédigés sur l'ordinateur et non écrits sur une copie lors de la préparation. Le code doit être testé. Cette année les ordinateurs étaient équipés de `Python` version 3.6.0, les candidats ayant le choix entre les logiciels `PYZO` et `SPYDER 3`. L'aide `Python` standard est à disposition à côté de l'ordinateur.

Analyse globale des résultats

Les résultats demeurent stables par rapport aux deux dernières années et, en tout cas, le jury ne constate pas de baisse de niveau général. Comme les années passées, le jury remarque avec regret la rareté d'excellents candidats, quand bien même un nombre significatif de prestations ont été tout à fait satisfaisantes. Quelques candidats se présentent encore avec un niveau étonnamment faible.

Dans l'ensemble, les candidats sont convenablement préparés et se révèlent plutôt efficaces dans des situations fléchées. Cependant, c'est bien souvent le jury qui doit créer la dynamique de l'oral en invitant les candidats à poursuivre leur calcul ou leur raisonnement. Ce manque d'autonomie est à déplorer.

Néanmoins, le jury enregistre avec satisfaction une petite augmentation du nombre de candidats ayant parfaitement compris qu'il s'agit d'une épreuve orale, aux attendus fixés ci-dessus, et qui s'efforcent de réfléchir clairement et distinctement à haute voix en dialoguant avec le jury. Ces candidats ont systématiquement été récompensés.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

Le niveau est très hétérogène, tant en mathématiques qu'en algorithmique et connaissance de `Python`. La plupart des candidats ont fait un réel effort de présentation, de dynamisme, et de dialogue avec les examinateurs. Il s'agit toujours d'une épreuve orale : il est inutile de reprendre au tableau les calculs effectués lors de la préparation. Cela permet, après l'exposé de la partie préparée, d'approfondir et de passer à des questions plus originales.

Dans l'ensemble, les candidats proposent une présentation orale satisfaisante, et les techniques classiques du programme de mathématiques sont globalement acquises.

En revanche, on constate des lacunes sur l'énoncé exact des théorèmes et/ou la vérification des hypothèses, particulièrement en probabilités. Certains candidats ont même du mal à comprendre les énoncés, faute de maitriser certaines notions.

Le jury précise qu'il s'agit d'une épreuve orale avec un tableau comme support. Ce tableau n'est pas un simple brouillon : il est impératif, lorsque cela est nécessaire, d'écrire soigneusement certaines assertions. Mais le tableau n'est pas davantage une copie de concours : il est bien préférable de s'exprimer au maximum oralement, en énonçant les résultats et théorèmes utilisés, de n'écrire au tableau que les étapes importantes du calcul.

Le jury rappelle également, une nouvelle fois, que l'oral n'est pas une épreuve de vitesse : à force de précipitation, de trop nombreux candidats enchainent les erreurs de calcul ou les affirmations grossièrement fausses, ce qui ne peut que fortement les pénaliser. Les questions simples du début, proches du cours, sont prévues pour mettre à l'aise les candidats. Il ne faut pas y consacrer trop de temps au début, ce qui ressemble parfois à une stratégie d'évitement, pour pouvoir aborder les questions plus fines lors du dialogue avec l'examinateur.

Trop souvent, le jury constate une rigueur très approximative quant à l'énoncé précis des théorèmes ou la vérification des hypothèses, quand ce n'est pas une confusion complète sur le nom des outils (ainsi, le théorème de Dirichlet – pour les séries de Fourier – n'est pas la règle de D'Alembert – pour les séries numériques). C'est l'occasion de rappeler aux futurs candidats qu'une bonne connaissance du cours est la clé de tout.

Enfin, pour l'épreuve faisant appel à `Python`, le jury tient à préciser que tous les exercices proposés peuvent être traités et ne doivent être traités qu'avec les outils du programme, et que tous les points du programme sont matière à interrogation. Quant à l'algorithmique et au langage `Python` en lui-même, le niveau est encore plus hétérogène qu'en mathématiques. Certains sont vraiment excellents, et d'autres bloqués par des instructions élémentaires.

Algèbre

Des lacunes importantes sur les points suivants.

- Nombres complexes, y compris leur forme trigonométrique.
- Les polynômes dans leur ensemble, y compris les notions de degré, racines, coefficients.
- L'algèbre linéaire de première année : familles libres, base, matrice d'un endomorphisme dans une base donnée.

D'autres points sont à améliorer.

- Expression du projeté orthogonal, distance à un sous-espace vectoriel de dimension finie dans un espace préhilbertien.
- Détermination de l'inverse d'une matrice par exploitation d'une égalité du type $AB = Id$.
- Lien entre l'inversibilité d'une matrice et le fait que 0 soit ou non valeur propre.
- Utilisation du théorème du rang pour déterminer la dimension d'un sous-espace propre.

- Obtention d'une base orthonormée de vecteurs propres pour une matrice symétrique réelle.
- Théorèmes fondamentaux de diagonalisation et trigonalisation d'une matrice carrée : confusion classique entre condition nécessaire et condition suffisante.
- Calcul de déterminants.
- Calcul du polynôme caractéristique, sans examen circonstancié de la matrice étudiée. La règle de Sarrus est à proscrire, et sommer toutes les colonnes n'est pas la seule opération élémentaire à considérer.
- La justification simple, par l'absurde, du fait qu'une matrice carrée possédant une seule valeur propre n'est pas diagonalisable (sauf si elle est déjà diagonale) est complètement ignorée.
- Manipulation des nombres complexes.
- Définition d'un produit scalaire, expression du projeté orthogonal, distance à un sous-espace vectoriel de dimension finie dans un espace préhilbertien.
- Propriétés des matrices orthogonales.
- Classification des isométries de l'espace.

En revanche les candidats justifient bien l'emploi du binôme de Newton pour des calculs matriciels par la commutativité de A et B pour le produit. Plusieurs candidats ont montré une excellente connaissance des isométries de $^{\sim 3}$ et de leurs éléments caractéristiques.

Analyse

Grosses lacunes sur les points suivants.

- Définition et utilisation d'équivalents, développements limités.
- La convergence d'une série qui s'étudie presque toujours en étudiant le terme général ; pour une série à termes positifs un équivalent simple suffit souvent.
- Dérivée d'une fonction composée.
- Manipulation des puissances, exponentielles et logarithmes.
- Primitives de fonctions usuelles.
- Inégalité des accroissements finis, fort méconnue.

Certains thèmes pourtant très classiques sont mal maitrisés par certains candidats, faute d'avoir une idée claire sur le plan d'attaque.

- Examen de la nature d'une série numérique ou d'une intégrale impropre.
- Recherche des extrema d'une fonction de plusieurs variables, sur un domaine ouvert ou fermé borné.
- Résolution d'équations aux dérivées partielles simples par changement de variables (linéaire ou passage en coordonnées polaires).
- Étude des courbes paramétrées, en particulier la réduction du domaine d'étude.

Pour les points à améliorer.

- Lien suite-série, sommes télescopiques. Certains écrivent $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} - \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+1}$.
- Analyse de première année : suites adjacentes, théorème de la limite monotone, théorème des valeurs intermédiaires, théorème de la bijection, théorème de Rolle, prolongement d'une fonction $C1$.
- Suites $u_{n+1} = f(u_n)$: existence, limites possibles lorsque f est continue.
- Manipulation des inégalités.
- Changement de variable, intégration par partie, y compris pour une intégrale sur un segment ! Pour une intégrale généralisée, bien en connaitre les hypothèses.
- Formules de trigonométrie
- Notion de point critique, d'extremum local ou global pour une fonction de deux variables à valeurs réelles. Théorème des bornes atteintes.
- Rayon de convergence d'une série entière : la règle de D'Alembert n'est pas la seule méthode pour le déterminer.
- Équations différentielles, notamment méthode de variation de la constante pour le 1$^{\text{er}}$ ordre, et méthode d'abaissement de l'ordre pour le 2$^{\text{e}}$ ordre.

Probabilités

Grosses lacunes sur les points suivants.

- Confusion et/ou absence de connaissance sur les formules des probabilités conditionnelles, des probabilités totales et la formule de Bayes.
- Un nombre significatif de candidats ne connait pas les lois usuelles, et bien sûr en ignore l'espérance et la variance.
- Confusion entre indépendance et incompatibilité.
- Notion de système complet d'événements.

Les candidats n'ont en général pas le réflexe, dans des situations assez élémentaires, de décomposer un événement en union/intersection d'événements plus élémentaires. Plus généralement, les candidats ont beaucoup de mal à modéliser une expérience aléatoire par la mise en place d'un système complet d'événements. Il est trop souvent constaté des non-sens comme la probabilité d'une variable aléatoire ou l'intersection de deux probabilités.

Le jury note cependant une amélioration globale des candidats sur ce thème. Ainsi, la loi binomiale comme somme de lois de Bernoulli indépendantes et de même paramètre a bien été reconnue et, de façon générale, les candidats se sont efforcés de ne pas se contenter de « donner » leurs résultats mais de les justifier, avec plus ou moins de bonheur.

Géométrie

Le programme de géométrie est restreint, mais le peu qu'il y a doit être maitrisé : équation d'un plan, vecteur normal à un plan, représentation paramétrique d'une droite, équation d'une sphère, surface définie par une équation et plan tangent en un point régulier.

Ceci étant, la géométrie irrigue de nombreux pans du programme. Les candidats qui savent raisonner géométriquement, par exemple dans une situation d'algèbre linéaire « abstraite », s'en sortent généralement beaucoup mieux que les candidats qui restent collés à l'aspect formel de la situation.

Python/algorithmique

De très grosses lacunes pour beaucoup sur les points suivants.

- Les fonctions récursives posent des problèmes à la plupart des candidats.
- La gestion des listes et des matrices : en particulier le test d'égalité matricielle « $A == B$ » ne peut être utilisé tel quel dans un « `if` ».

Les connaissances sur certains points, comme les tracés de courbes ou de points, mériteraient d'être consolidées. En revanche les incursions dans le nouveau programme (par exemple les bibliothèques) ont donné lieu à des résultats satisfaisants.

Conclusion

Comme les années passées, le jury conseille aux futurs candidats de ne pas négliger la connaissance de leur cours (les définitions et théorèmes doivent être connus parfaitement et, pour ces derniers, il faut en vérifier les hypothèses avant de les appliquer), et de ne faire aucune impasse, en particulier sur les chapitres du programme en apparence isolés (courbes paramétrées, fonctions de plusieurs variables, géométrie).

Toutes ces réserves formulées ne doivent pas masquer le plus important. Les candidats de la filière TSI ont une fois de plus montré toute leur légitimité. Beaucoup de candidats sont capables de s'exprimer avec aisance et de faire un exposé vivant et dynamique. Ces qualités comportementales, alliées à des compétences scientifiques qu'une scolarité dans une grande école permettra de renforcer, leur seront très utiles dans leur future carrière.