



Soit (Ω, A, P) un espace probabilisé et $(E_n)_{n \in \mathbb{N}} \in A^{\mathbb{N}}$ une suite d'événements quelconques. On suppose que

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(E_n) < \infty$$

(i.e. que la série converge).

Pour X un ensemble on note 1_X la fonction indicatrice de X .

1. Soit $Z = \sum_{n=0}^{\infty} 1_{E_n}$ (on convient que $Z = \infty$ si la série diverge).

Prouver que Z est une variable aléatoire discrète.

2. Soit

$$F = \{\omega \in \Omega / \omega \text{ appartient à un nombre fini de } (E_n)_{n \in \mathbb{N}}\}$$

Prouver que F est un événement et que $P(F) = 1$.

3. Prouver que Z admet une espérance.