



Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On rappelle qu'une partition de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$ est la donnée d'un ensemble $\{U_1, \dots, U_r\}$ de parties non vides, deux à deux disjointes et dont la réunion forme $\{1, \dots, n\}$. Dans toute la suite, on note p_n le nombre total de partitions de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$.

1. Étant donnée une série entière $g(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} b_n x^n$ de rayon de convergence R , préciser les différents modes de convergence de la série sur l'intervalle ouvert de convergence.
2. Montrer qu'en posant $p_0 = 1$, alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad p_{n+1} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p_k$$

3. On pose la fonction $f : x \mapsto \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{p_n}{n!} x^n$.
 - a. Montrer que le rayon R de cette série entière vérifie $R \geq 1$.
 - b. Calculer la fonction f sur $] -R, R[$.