



1. On considère le système différentiel

$$\begin{cases} x' = x + z \\ y' = x + 2y - z \\ z' = -y - z \end{cases}$$

- Déterminer la matrice associée à ce système. Est-elle diagonalisable ?
- Résoudre le système.
- Existe-t-il des solutions bornées sur \mathbb{R}^+ ?

2. Pour $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, on pose $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 2x - y$.

Déterminer le gradient de f en tout point. En quels points ce gradient est-il nul ?

On appelle (C) la courbe du plan d'équation $x^2 - xy - y^2 + 2x - y = 0$. Déterminer l'équation de la tangente à (C) en (x_0, y_0) . Déterminer les points (x_0, y_0) de (C) où la tangente est orthogonale au vecteur (x_0, y_0) .