



CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Oral

Physique 2

TSI

Vous disposez de 25 minutes pour *préparer* le sujet ci-dessous ; à l'issue de cette préparation, vous serez *interrogé* pendant 25 minutes au tableau, sur ce sujet et éventuellement sur d'autres questions relevant de votre programme. Si le sujet vous semble comporter une *erreur ou lacune manifeste*, signalez-le pendant la durée de préparation. Si vous utilisez un *support informatique*, vous pourrez utiliser l'ordinateur pendant la présentation. Si vous rencontrez un *problème informatique* pendant la préparation, n'hésitez pas à le signaler.

**Vous veillerez à commencer votre présentation orale par une introduction de la problématique de l'exercice, ainsi que par une synthèse rapide de la démarche engagée.**

## Mouvement d'un Punching-Ball

On s'intéresse ici à l'étude du mouvement d'un punching-ball ci-contre, utilisé lors des entraînements des boxeurs. Le mouvement du punching-ball peut-être décrit à l'aide de l'angle  $\theta$  que forme la barre métallique reliant le socle immobile à la zone frappée, par rapport à la verticale. Ce punching-ball constitue un pendule inversé, maintenu autour de sa position d'équilibre verticale grâce à un couple de rappel proportionnel à l'angle  $\theta$ . Il subit en outre un couple de frottement fluide proportionnel à sa vitesse de rotation.

Lorsqu'un boxeur frappe la partie supérieure du punching-ball, celui-ci oscille plusieurs fois avant de se stabiliser à nouveau.

**Q1.** En introduisant les grandeurs et hypothèses nécessaires, montrer que l'angle  $\theta$  est soumis, juste après la frappe du joueur, à une équation du type :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} + c\theta = d \sin(\theta)$$

où on exprimera  $b, c$  et  $d$  en fonction des paramètres introduits.

La résolution de cette équation nécessite de définir des conditions initiales.

**Q2.** Proposer ainsi des conditions initiales cohérentes avec la situation physique étudiée.

**Q3.** Montrer que la position d'équilibre initiale du pendule n'est stable que si le coefficient de rappel  $k$  est supérieur à une certaine valeur dont on donnera l'expression.

La fonction `portrait(v)` du module MECAL4 trace le portrait de phase  $\frac{d\theta}{dt} = f(\theta)$  du punching-ball, en fonction de la vitesse d'impact  $v$  (en m/s) du poing sur la partie supérieure, dans le cas où le punching-ball est bien réglé conformément à la question 3. La fonction `portrait2(v)` du module MECAL4 trace le portrait de phase pour un punching-ball mal réglé, ne vérifiant pas cette condition. *Ces fonctions sont déjà importées dans le Notebook associé à l'exercice.*

**Q4.** Tracer ces portraits de phases dans plusieurs situations et commenter les courbes obtenues.



En réalité, suite à une frappe du boxeur, les oscillations du punching-ball restent limitées à des angles « faibles ». Toutefois, si le frappeur répète sa frappe régulièrement, l'amplitude des oscillations peut alors parfois considérablement augmenter.

**Q5.** Comment s'appelle ce phénomène ? Donner une expression de l'ordre de grandeur de la durée entre deux frappes pour qu'il se produise.

**Donnée :**

Si le mouvement d'un système autour d'une position d'équilibre est régi par une équation du type :

$$\alpha f''(t) + \beta f'(t) + \gamma f(t) = \delta$$

(où  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $\delta$  sont des constantes réelles)

Alors, pour que la position d'équilibre de ce système soit stable, il faut que  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  soient de même signe.